PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. 15. März 1906. Redaktionsschluß für No. 7 am 21. März 1906. 7. Jahrgang.

INHALT.

Originalmitteilungen:

H. Becquerel, Über einige Eigenschaften der von Radium oder von Körpern, die durch Radiumemanation aktiviert worden sind, ausgehenden α-Strahlen. S. 177.

S. Curie, Nachtrag zu meiner Arbeit: „Über die Zeitkonstante des Poloniums". S. 180.

E. Gehrcke, Hypothese über die Entstehung von Kanalstrahlen großer Masse. S. 181.

F. Krüger, Batterie für elektrostatische Messungen. S. 182.

W. B. v. Czudnochowski, Über ein Verfahren zur Erregung elektrischer Schwingungen durch oszillatorische Ladung. S. 183.

J. W. Giltay, Vielfach-Telephonie mittels des Telegraphons. S. 185.

H. Rubens, Über die Temperatur des Auerstrumpfes. S. 186.

O. Lummer u. E. Pringsheim, Über die Temperatur des Auerstrumpfes. S. 189.

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa:
No. 25: A. Battelli u. A. Stefanini, Über die Natur des osmotischen Druckes. S. 190.
No. 26: S. Chella, Über einen Apparat zur absoluten Messung des Koeffizienten der inneren Reibung der Gase. S. 196.

L. Tesař, Die Theorie der relativen Bewegung und ihre Anwendung auf Bewegungen auf der Erdoberfläche. II. S. 199.

E. Sommerfeldt, Ein neuer Typus optisch zweiachsiger Kristalle. S. 207.

K. v. Wesendonk, Clausius und das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Wärmetönung. S. 208.

Berichtigungen. S. 208.

Personalien. S. 208.

Gesuche. S. 208.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über einige Eigenschaften der von Radium oder von Körpern, die durch Radiumemanation aktiviert worden sind, ausgehenden α-Strahlen.

Von Henri Becquerel. [1])

Vor einigen Monaten [2]) habe ich im Verfolg einer Arbeit des Herrn Rutherford über die Beobachtung einer Verzögerung, welche die α-Strahlen beim Durchgang durch dünne Aluminiumblättchen erleiden, ältere Versuche über die Radiumstrahlen wieder aufnehmen lassen. Ich ließ insbesondere einen Differentialversuch ausführen, welcher die Möglichkeit bot, auf einer und derselben photographischen Platte ein α-Strahlen-Bündel aufzufangen, welches von einer linearen Strahlungsquelle ausgeht, durch einen zu dieser Quelle und zur photographischen Platte parallelen Spalt hindurchtritt und durch ein Magnetfeld abgelenkt wird, ein Strahlenbündel also, dessen eine Hälfte nur Luft durchlaufen hat, während die andere außerdem noch durch ein oder mehrere dünne Aluminiumblättchen gedrungen ist. Unter solchen Verhältnissen müssen die beiden Banden, welche die Spuren des abgelenkten Bündels für die beiden einander entgegengesetzten Richtungen des Magnetfeldes darstellen, für die Hälfte des Strahlenbündels, welche durch das Aluminium hindurchgegangen ist, weiter voneinander entfernt sein, als für die andere Hälfte. Die ersten Aufnahmen, welche ich mit der α-Strahlung des Radiums erhalten habe, hatten die erwartete Abweichung nicht gezeigt.

Alsbald nach meiner Rückkehr nach Paris, im Oktober letzten Jahres, habe ich diese Untersuchungen wieder aufgenommen. Dabei habe ich dann als Strahlungsquellen teils Radiumsalze verwandt, und teils durch Radiumemanation aktivierte Drähte, welche Herr Curie die Liebenswürdigkeit gehabt hat, in seinem Laboratorium zu aktivieren. Die Ergebnisse stimmten mit dem von Herrn Rutherford angegebenen Sachverhalt überein.

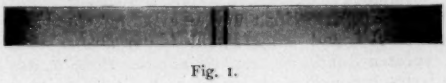


Fig. 1.

Im folgenden (Tabelle I) gebe ich übrigens die Mittelwerte aus den an einigen Aufnahmen ausgeführten Messungen wieder.

Diese drei Aufnahmen sind mit demselben Apparat erhalten worden. Dabei betrug der Abstand des Spaltes von der Strahlungsquelle $a = 2{,}145$ cm, der Abstand der Platte vom Spalt

1) C. R. **142**, 365—371, 1906.
2) C. R. **141**, 485, 1905.

Tabelle I.

Bezeichnung der Aufnahme	Natur der Strahlungsquelle	Magnetfeld	Doppelte Ablenkung des Strahlenbündels in Luft mm	Doppelte Ablenkung des Strahlenbündels durch ein Aluminiumblättchen, $e = 0{,}015$ mm mm	Verhältnis
D. 19. 10. 1905	Aktivierter Draht	9659	2,360	2,658	1,122
A. 21. 10. 1905	Radiumsalz	9659	2,412	2,671	1,107
A. 24. 10. 1905	„	9384	2,222	2,423	1,090

$b = 1{,}940$ cm, der Gesamtabstand $a + b = 4{,}085$ cm. Das Magnetfeld schwankte während der Dauer eines jeden Versuchs höchstens um 3 bis 5 Tausendstel.

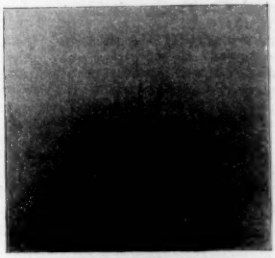
Seit der Zeit, da ich diese Aufnahmen erhalten habe, hat Herr Rutherford ähnliche veröffentlicht [1]) und überdies die wichtige Tatsache nachgewiesen, daß die Abweichung der Streifen in Luft größer ist als im leeren Raume.

Diese Ergebnisse lassen sich durch die Annahme erklären, daß die größere Ablenkbarkeit des Strahlenbündels einer Zunahme der Krümmung der Bahn entspricht, und daß diese Zunahme die Folge einer Geschwindigkeitsabnahme der Teilchen wäre, welche die Träger der positiven elektrischen Ladungen sind, welche die α-Strahlen bilden. Diese Geschwindigkeitsabnahme muß übrigens längs der Bahn in Luft fortschreitend sich mehr und mehr kundgeben.

Ich habe mir nun vorgenommen, die Bahn der durch ein Magnetfeld abgelenkten α-Strahlen mit größerer Genauigkeit zu untersuchen, als ich dies bisher getan habe, unter Anwendung einer photographischen Methode, die ich schon vor mehreren Jahren verwendet hatte.

Die Methode besteht darin, auf einer photographischen Platte ein Strahlenbündel aufzufangen, welches durch eine lineare Strahlungsquelle und einen zu dieser parallelen in einem Abstande a angebrachten Spalt definiert ist. Die photographische Platte ruht in geneigter Lage auf dem Schirm, welcher den Spalt enthält, und ist normal zur Ebene des nicht abgelenkten Strahlenbündels. Der Eindruck dieses Bündels auf der Platte würde eine Gerade sein; wird aber das Bündel parallel zur Platte abgelenkt, und zwar erst in einem, dann im andern Sinne, so setzt sich dieser Eindruck aus zwei Kurven zusammen, welche sich im Berührungspunkt zwischen dem Spalt und der Platte schneiden. Der Abstand eines Punktes der Platte vom unteren Rande ist proportional der Höhe y des betrachteten Punktes über der Ebene, auf welcher die Platte ruht. Kennt man nun die Neigung der Platte, so kann man diese Höhe bestimmen. Andererseits mißt man die Entfernung $2x$ zwischen zwei Punkten der beiden Kurven, welche dasselbe y haben und kann so Punkt für Punkt die gesuchte Bahn konstruieren.

Die meisten der neuen Aufnahmen habe ich erhalten, indem ich als Strahlenquelle einen Platindraht von 0,1 mm bis 0,2 mm Durchmesser benutzte, der gleichmäßig durch Radiumemanation aktiviert worden war. Im allgemeinen ist in folgender Weise verfahren worden: da die Intensität der Strahlungsquelle sehr schnell abnahm, wurde die Richtung des Magnetfeldes von 5 zu 5 Minuten umgekehrt, um die Eindrücke von beiden abgelenkten Strahlenbündeln abzugleichen. Die Strahlungsquelle war zuerst mit einem 0,015 mm dicken Aluminiumblättchen bedeckt; nach Ablauf von ungefähr einer halben Stunde wurde dann dieses Aluminiumblättchen entfernt und die photographische Platte seitlich verschoben, so daß man neben dem ersten Eindruck auf derselben Platte und für dasselbe Magnetfeld die Bahnen der Strahlen erhielt, welche nur durch Luft hindurchgegangen waren.



A. 17. 11. 1905.

Fig. 2.

Man erkennt sogleich (s. Fig. 2), daß die Strahlen, welche durch das Aluminium hindurchgegangen sind, die Platte weniger weit beeinflussen als die anderen Strahlen.

Sehr zahlreiche Messungen, die mit einer Teilmaschine, welche $^1/_{600}$ mm angab, vorgenommen wurden, führten zu den nachstehend (Tabelle II) mitgeteilten Mittelwerten. Die Werte für den Abstand $2x$ der divergierenden Kurven wurden auf den Platten in Abständen vom unteren Rande aufgenommen, welche ganzen Umdrehungen n der Schraube entsprechen, mit der die Vertikalkoordinaten gemessen wurden, und deren Ganghöhe 0,94684 mm betrug. Die entsprechenden Höhen y sind unter Zugrundelegung der Neigung der Platte für jeden einzelnen Versuch berechnet.

Entwirft man in großem Maßstabe eine graphische Darstellung der Beobachtungen, so erhält man eine Sinuskurve, inmitten derer die Kurve verläuft, welche die wirkliche Bahn darstellt. Theoretisch muß diese Bahn in einem gleichförmigen Magnetfeld und im Vakuum kreisförmig sein. Ich hatte früher gefunden, daß für wachsende Werte von y die zur Feldrichtung senkrechten Kreise, welche durch die Strahlungsquelle, den oberen Teil des Spaltes und einen Punkt der Bahn verlaufen, fortgesetzt wachsende Radien haben, und die gegenwärtigen Versuche bestätigen dieses Ergebnis. Dieser Schluß läßt sich indessen, wie wir sehen werden, nicht auf den Krümmungsradius der Bahn anwenden und

[1]) Phil. Mag. (6) II. 166, 1906. Diese Zeitschr. 7, 137, 1906.

beruht auf einer ungenauen Auslegung, welche sich auf die unvollkommene Kenntnis der wirklichen Entfernung des Spaltes von den verschiedenen Punkten der photographischen Platte gründet.

Nimmt man zum Koordinatenanfangspunkt den Schnittpunkt des Plattenrandes und der Mittellinie der beiden Strahlenbündel, so bemerkt man, daß die Kurven nicht durch diesen Anfangspunkt gehen, vielmehr die y-Achse unterhalb des Plattenrandes schneiden. Verschiedene Proben haben gezeigt, daß man mitten durch die Punkte, welche die Beobachtungen darstellen, einen Parabelbogen hindurchlegen kann, dessen Krümmungsradius sich so wenig ändert, daß man ihn praktisch mit einem Kreisbogen verwechseln kann.

Es seien $y = kn$ die Höhe eines Punktes über der Ebene, auf welcher die photographische Platte ruht, $k\varepsilon$ die Entfernung des Spaltes von dieser Ebene nach unten, $kn_0 = a$ der Abstand der Strahlungsquelle von derselben Ebene nach unten. Dann kann man die Gleichung einer Parabel, deren Achse zur x-Achse parallel ist, und welche durch die Strahlungsquelle, den Spalt und den Punkt x, y hindurch geht, in der Form

$$2Rx = (y + a)\,(y + k\varepsilon)\ ^{1})$$

oder

$$2Rx = k^2\,(n + n_0)\,(n + \varepsilon)$$

schreiben.

Wir haben in $^1/_{600}$ mm die Werte für $z = \dfrac{2x}{n + n_0}$ berechnet. Diese fallen sehr nahezu in eine Gerade $z = (n + \varepsilon)\,\delta$. Daraus läßt sich folgern:

$$R = \frac{k^2}{\delta} \cdot 600,$$

ein Wert, der praktisch zusammenfällt mit dem für den Krümmungsradius der Parabel

$$\varrho = R\left[1 + \frac{1}{R^2}\left(y + \frac{a + k\varepsilon}{2}\right)^2\right]^{3/2}.$$

Die folgende Tabelle II zeigt, bis zu welchem Grade die Beobachtungen mit der weiter unten zu entwickelnden Erklärungsweise übereinstimmen.

Man ersieht zunächst, daß im Intervall jedes Teiles der Tabelle, d. h. für eine Länge von ungefähr 2 cm, der Krümmungsradius sich wenig

1) Unter dieser Form erkennt man das Hauptglied des Ausdrucks, welcher den Radius eines durch die drei Punkte gehenden Kreises darstellt:

$$R^2 = \left[\frac{(y + a)\,(y + k\varepsilon)}{2x} + \frac{x}{2}\right]^2 + \frac{(a - k\varepsilon)^2}{4}.$$

Tabelle II.

	Aufnahme *C.* 19. 10. 1905 $a = 25{,}15$ mm $k = 0{,}920$ mm $H = 10809$ C.G.S. nur in Luft			Aufnahme *A.* 17. 11. 1905. $a = 11{,}65$ mm, $k = 0{,}937$ mm, $H = 12148$ C.G.S.						Aufnahme *A.* 16. 11. 1905. $a = 25{,}15$ mm, $k = 0{,}920$ mm, $H = 12148$ C.G.S.						Aufnahme *A.* 18. 6. 1903 (Radiumstrahlen) $a = 20{,}4$ mm, $k = 0{,}983$ mm $H = 9955$ C.G.S. nur in Luft		
				nur in Luft			durch Aluminium			nur in Luft			durch Aluminium					
	$\delta = 1{,}5546$	$\varepsilon\delta = 0{,}43$		$\delta = 1{,}7248$	$\varepsilon\delta = 1{,}11$		$\delta = 1{,}9334$	$\varepsilon\delta = 1{,}39$		$\delta = 1{,}7318$	$\varepsilon\delta = 0{,}70$		$\delta = 1{,}9037$	$\varepsilon\delta = 0{,}84$		$\delta = 1{,}6808$	$\varepsilon\delta = 1{,}07$	
	$2x$	$(n+\varepsilon)\,\delta$		$2x$	$(n+\varepsilon)\,\delta$		$2x$	$(n+\varepsilon)\,\delta$		$2x$	$(n+\varepsilon)\,\delta$		$2x$	$(n+\varepsilon)\,\delta$		$2x$	$(n+\varepsilon)\,\delta$	
n	beob.	beob.	ber.	beob.	beob.	ber.	beob.	beob.	ber.	beob.	beob.	ber.	beob.	beob.	ber.	beob.	beob.	ber.
1	57,5	2,01	1,98	—	—	—	—	—	—	72,9	2,55	2,43	81,0	2,83	2,75	—	—	—
2	105,2	3,55	3,54	—	—	—	—	—	—	118,3	3,99	4,17	137,8	4,65	4,65	101,0	4,44	4,44
3	157,4	5,14	5,09	92,4	6,26	6,28	143,9	9,13	9,13	182,0	5,94	5,90	204,3	6,67	6,55	141,2	5,94	6,12
4	210,2	6,65	6,65	134,1	8,50	8,01	188,1	11,22	11,06	233,9	7,40	7,63	268,9	8,50	8,46	193,1	7,80	7,80
5	272,5	8,35	8,20	166,3	9,92	9,73	233,2	13,13	12,99	305,4	9,36	9,36	336,1	10,30	10,36	245,7	9,54	9,48
6	333,0	9,91	9,76	205,9	11,59	11,46	285,1	15,19	14,93	371,8	11,06	11,09	412,4	12,26	12,26	291,9	10,91	11,16
7	391,4	11,31	11,31	252,1	13,44	13,18	333,2	16,86	16,86	440,3	12,75	12,83	486,5	14,05	14,17	357,0	12,86	12,84
8	458,5	12,87	12,87	294,6	14,91	14,91	392,5	18,90	18,79	516,6	14,50	14,56	551,7	15,49	16,07	417,6	14,52	14,52
9	529,8	14,47	14,42	343,8	16,55	16,63	451,4	20,74	20,73	598,4	16,34	16,29	—	—	—	483,2	16,24	16,20
10	602,7	16,02	15,97	395,2	18,16	18,35	515,7	22,65	22,66	678,0	18,02	18,02	—	—	—	550,2	17,88	17,88
11	681,3	17,64	17,53	456,7	20,06	20,08	584,1	24,56	24,59	769,8	19,93	19,76	—	—	—	624,5	19,67	19,57
12	755,0	19,06	19,08	519,2	21,85	21,81	660,4	26,66	26,53	842,7	21,27	21,49	—	—	—	—	—	—
13	829,6	20,42	20,64	576,4	23,27	23,53	724,1	28,10	28,46	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	925,0	22,23	22,19	644,3	25,01	25,25	790,0	29,52	30,39	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	1018,7	23,90	23,75	722,2	26,98	26,98	888,7	32,01	32,32	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	1096,2	25,11	25,30	791,3	28,50	28,70	985,2	34,26	34,26	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17	1193,0	26,74	26,86	872,6	30,34	30,43	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	1297,0	28,43	28,41	950,8	31,94	32,15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	1397,0	29,97	29,97	1034,5	33,62	33,88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	1493,7	31,39	31,52	1131,3	35,61	35,60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	—	—	—	1233,3	37,63	37,33	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22	—	—	—	1318,7	39,05	39,05	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
23	—	—	—	1437,0	41,24	40,78	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

C. 19. 10. 1905.

Fig. 3.

ändert, oder daß zum mindesten seine Änderung, wenn eine solche besteht, von der Größenordnung der Versuchsfehler ist. Man kann die Resultate zu folgender Übersicht zusammenstellen:

Tabelle III.

Bezeichnung der Aufnahmen	Magnetfeld H	a in cm	Wert des Produktes $RH = \frac{k^2 H \cdot 600}{\delta}$ in Luft
1. *A.* 17. 11. 1905	12148	1,165	$3{,}71 \cdot 10^5$
2. *A.* 18. 6. 1903	9955	2,040	$3{,}43 \cdot 10^5$
3. *C.* 19. 10. 1905	10809	2,515	$3{,}53 \cdot 10^5$
4. *A.* 16. 11. 1905	12148	2,515	$3{,}56 \cdot 10^5$

Die beiden Versuche, welche mit derselben Apparatur und in verschiedenen Magnetfeldern angestellt worden sind, haben übereinstimmende Ergebnisse geliefert. Anders verhält sich die Sache, wenn man zwei Aufnahmen vergleicht, welche mit verschiedenen Anordnungen gemacht sind. Es scheint, daß die Ursache für die Divergenz hauptsächlich in der unvollkommenen Kenntnis des Koeffizienten k liegt, welcher im Quadrat in die Gleichung eingeht, und welcher bei den Versuchen nicht mit der gleichen Genauigkeit hat bestimmt werden können wie die übrigen Größen. Mit diesem Vorbehalt würde die Vergleichung der Aufnahmen 1 und 4 der vorstehenden Tabelle III auf eine Verringerung der Krümmung längs der Bahn hinweisen.

Ich möchte die Aufmerksamkeit besonders auf den Teil der Tabelle lenken, welcher sich auf die alte Platte *A.* 18. 6. 1903 bezieht, welche mit Radiumstrahlen aufgenommen worden ist, und aus welcher ich die Messungsergebnisse schon früher veröffentlicht hatte. Man sieht, daß, wenn man die Entfernung ε berücksichtigt, die Zahlen mit sehr großer Annäherung einer Kreisbahn entsprechen. Man muß also endgültig die Erklärungsweise verwerfen, die ich früher aus der Annahme einer Zunahme des Krümmungsradius längs der Bahn abgeleitet hatte.

Der Vergleich zwischen den Bahnen der Strahlen, welche ein 0,015 mm dickes Aluminiumblättchen durchdrungen haben, und derer, welche nur durch Luft hindurch gegangen sind, führt zu Schlußfolgerungen, welche den in der vorliegenden Notiz eingangs erörterten identisch sind, wie aus folgender Zusammenstellung ersichtlich wird:

Tabelle IV.

Bezeichnung der Aufnahme	Werte von δ		Verhältnis
	durch Luft	durch Alumin.	
A. 16. 11. 1905	1,7318	1,9037	1,099
A. 17. 11. 1905	1,7248	1,9334	1,121

Ich will noch hinzufügen, daß Messungen, welche mit Einstellung auf die inneren und die äußeren Ränder der abgelenkten Bilder angestellt wurden, zu dem Zwecke, eine Dispersion zu zeigen, daß solche Messungen keinen Unterschied ergeben haben, der größer gewesen wäre als die Beobachtungsfehler.

Um nochmals die Ergebnisse zusammenzufassen, so bestätigen die oben besprochenen Messungen das Vorhandensein einer Verzögerung der α-Strahlen beim Durchgang durch ein Aluminiumblättchen, wie solche von Herrn Rutherford beobachtet worden ist. Die α-Strahlen des Radiums verhielten sich bei diesen Versuchen wie die α-Strahlen der durch Emanation aktivierten Körper.

Ich bin bei diesen Untersuchungen in liebenswürdigster Weise durch Herrn Matout, Präparator am Museum, unterstützt worden.

(Aus dem Französischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 20. Februar 1906.)

Nachtrag zu meiner Mitteilung: „Über die Zeitkonstante des Poloniums."

Von Frau Sklodowska Curie.

Die Mitteilung in der vorigen Nummer (diese Zeitschr. 7, 146, 1906) war schon druckfertig, als mir die letzte Veröffentlichung der Herren St. Meyer und v. Schweidler zur Kenntnis gelangte.[1]) Diese Forscher haben radioaktives Wismut dargestellt, welches sich als ein Gemisch von Radium *D*, Radium *E* und Radium *F* erwies. Radium *E* gibt aber, wie bekannt, ziemlich durchdringende Strahlen. Das radioaktive Wismut der Herren Meyer und v. Schweidler verhält sich also nicht wie das Polonium, denn dasselbe gibt keine durchdringenden Strahlen. Ich halte es für wahrscheinlich, daß das radioaktive Wismut der Herren Meyer und v. Schweidler Blei enthielt. Wie bekannt, wird Radium *D* aus dem Uranpecherz mit dem Blei abgetrennt. Unser Polonium wurde durch vielfache fraktionierte Fällung der salpetersauren Lösung mit Wasser gänzlich vom Blei befreit; dasselbe Resultat kann auch durch Kochen mit Natronlauge erreicht werden. In beiden Fällen erhält man ein bleifreies poloniumhaltiges Wismutsalz oder Oxyd, welches nur stark absorbierbare Strahlen gibt. Wir haben diesen Umstand

1) Akad. Wien, 1. Februar 1906.

mehrmals betont und die Strahlung des Poloniums, welche immer dieselben konstanten Eigenschaften aufwies, eingehend beobachtet und beschrieben.[1]) Polonium kann also nur mit Radium F identisch sein und enthält weder Radium E noch Radium D, da dasselbe Radium E ziemlich schnell erzeugt und deshalb immer enthält. Diese auf Strahlungseigenschaften gestützte Meinung wird auch durch meine Bestimmung der Zeitkonstante des Poloniums bestätigt.

Ich besitze noch Poloniumproben, welche vor 1900 bereitet wurden. Diese damals ziemlich stark aktiven Präparate (mehrere Hundert mal stärker aktiv als metallisches Uran) haben jetzt eine Aktivität, welche nicht mehr meßbar, aber jedenfalls schwächer ist als $^1/_{100}$ derselben des Urans. Es ist also klar, daß kein Radium D vorhanden war. Das radioaktive aus dem Uranpecherz abgeschiedene Blei zeigt eine Aktivität, welche während mehrerer Monate ansteigt, und einem Werte zustrebt, welcher ungefähr viermal stärker ist als die Aktivität des metallischen Urans. Dieser Wert entspricht dem Gleichgewicht zwischen den drei Konstituenten des Radioblei: Radium D, Radium E und Radium F (Polonium). Dieser Gleichgewichtszustand bleibt während mehrerer Jahre praktisch konstant, weil die Zersetzung des Radiums D wahrscheinlich sehr langsam erfolgt (nach Rutherford ist die Halbierungskonstante des Radiums D 40 Jahre). Wir besitzen große Mengen Radioblei, dessen Aktivität während 3—4 Jahren keine merkliche Änderung aufgewiesen hat, und wir können aus diesem Radioblei Polonium entziehen.

1) Curie, Recherches etc.

(Eingegangen 22. Februar 1906.)

Hypothese über die Entstehung von Kanalstrahlen großer Masse.

Von E. Gehrcke.

In einer kürzlich erschienenen Mitteilung über das Spektrum der Kanalstrahlen geben die Herren J. Stark und W. Hermann[1]) an, daß die Kanalstrahlen außer dem Spektrum von Wasserstoff und Stickstoff auch die Linien einiger Metalldämpfe, wie Quecksilber, Aluminium, Zink aussenden. Hierbei äußern sie die Vermutung, „daß in allen Spektrogrammen des Lichtes der Kanalstrahlen diese nicht homogen waren, sondern ein Gemisch von Strahlen des Füllgases und von Wasserstoff-, Quecksilber-, Aluminiumstrahlen."

Diese Worte sowie die daran anknüpfenden Ausführungen über die bisher gefundenen Zahlenwerte der Größe ε/μ veranlassen mich, im folgenden auf eine Anschauungsweise über die Entstehung der Kanalstrahlen aufmerksam zu machen, die ich mir schon seit langer Zeit gebildet habe.

1) J. Stark u. W. Hermann, diese Zeitschr. **7**, 95, 1906.

Die Kanalstrahlen enthalten, wie W. Wien[1]) gezeigt hat, positiv geladene Teilchen, deren Masse z. T. gleich derjenigen eines Gasmoleküls ist. Indessen existieren auch Kanalstrahlenkorpuskeln von weit größerer Masse, z. B. solche, für die $\varepsilon/\mu = 15{,}5$ ist. Unter der Annahme, daß ε die Ladung des Elementarquantums darstellt, berechnet sich hieraus ein Molekulargewicht 650. Derartig mächtige Korpuskeln sind vielleicht sichtbar zu machen mittels der Methode von Siedentopf und Zsigmondy[2]). Nun gehen meines Wissens die bisherigen Deutungsversuche der obigen, von Wien festgestellten Tatsachen auf die Vorstellung zurück[3]), daß alle Kanalstrahlenkorpuskeln aus dem Gasinhalt der Geißlerchen Röhre herstammen. Auch in der zitierten Mitteilung von Stark und Hermann scheint dieser Standpunkt noch nicht ganz verlassen zu sein. Denn wenn auch hier an einer Stelle der Ausdruck „Aluminiumstrahlen" benutzt wird, so werden die Aluminiumstrahlen doch mit den „Wasserstoffstrahlen" in engste Parallele gesetzt, ohne daß etwas über ihren besonderen Ursprung ausgesagt würde.

Man kann nun die Hypothese einführen, daß die Kanalstrahlenteilchen großer Masse nichts anderes sind als Zerstäubungsprodukte der Kathode. In der Tat ist sofort einleuchtend, daß eine zerstäubende Kathode positive Korpuskeln aussenden muß. Denn jedes von der Kathode sich loslösende Metallteilchen, das wir uns im ersten Moment seiner Entstehung negativ geladen denken können, muß im nächsten Moment positive Ladung aufweisen wegen der Abspaltung negativer Elektronen unter dem Einfluß ultravioletten Lichtes. Dieser Hallwachs-Effekt, der noch von andern Einflüssen unterstützt sein mag, welche die Lostrennung negativer Ladung von einem Metallteilchen begünstigen, muß an jedem Metallstück in der Nähe der Kathode eintreten; für die Kathode selbst, welche ja Kathodenstrahlen aussendet, ist diese Konsequenz bereits von Herrn Wehnelt[4]) gezogen worden.

Auf Grund dieser Anschauung, welche die Entstehung von Kanalstrahlen großer Masse aufs engste mit der Kathodenzerstäubung und dem Hallwachs-Effekt in Verbindung bringt, erklärt sich ohne Zwang eine Reihe von Er-

1) W. Wien, Wied. Ann. **65**, 445, 1898; Ann. d. Phys. **13**, 669, 1904.

2) H. Siedentopf u. R. Zsigmondy, Ann. d. Phys. **10**, 1—39, 1903.

3) Vergl. z. B. die Zusammenstellung in der zitierten Abhandlung von Stark u. Hermann, S. 95.

4) A. Wehnelt, Ann. d. Phys. **10**, 576, 1903.

scheinungen, die an den Kanalstrahlen beobachtet wurden. In erster Linie wird dadurch das Auftreten der enorm hohen Molekulargewichte und das, auch bei einer Kathode von konstantem Potential vorhandene, magnetische Spektrum verständlich. Denn es ist von vornherein sehr wahrscheinlich, daß nicht alle zerstäubten Teilchen die gleiche Masse und Geschwindigkeit besitzen werden. Auch das von Herrn W. Wien[1]) gefundene Aufhören der Kanalstrahlenbildung im höchsten Vakuum, wo auch das Leuchten des Gases und die Kathodenzerstäubung abnimmt, wird begreiflich. Endlich erhält die von Wien[1]) angestellte Berechnung, welche ergab, daß die in einem mittelgroßen Geißlerschen Rohr transportierte Kanalstrahlenmasse nach kurzer Zeit größer ist als der gesamte Gasinhalt, eine einfache Erklärung. Gerade diese letztere Tatsache macht, wie mir scheint, in hohem Maße wahrscheinlich, daß die Kanalstrahlenkorpuskeln nicht in ihrer Gesamtmenge aus dem Gase selbst stammen, sondern daß noch eine andere Quelle vorhanden ist.

Wenn die obige Hypothese richtig ist, so sollten auch vor der Kathode, d. h. auf der der Anode zugekehrten Seite, Kanalstrahlen auftreten. In der Tat hat Goldstein[2]) gefunden, daß vor der Kathode den Kanalstrahlen ähnliche Strahlen vorhanden sind, die er K_1-Strahlen nennt. Immerhin sind diese augenscheinlich nicht so intensiv als die eigentlichen Kanalstrahlen, und das ist begreiflich, da die K_1-Strahlen ja durch das elektrische Kraftfeld verzögert werden, wenn sie aus positiv geladenen Korpuskeln bestehen.

Von weiteren Folgerungen will ich nur noch erwähnen, daß die im Kanalstrahlenlicht auftretenden Spektrallinien des Kathodenmetalls den von Herr Stark[3]) entdeckten Dopplereffekt zeigen müssen; dies ist auch die Ansicht der Herren Stark und Hermann, l. c.

Wenn sich ergeben sollte, daß meine obige Hypothese einer Modifikation bedarf, um mit den Tatsachen im Einklang zu bleiben, oder wenn sich gar ihre völlige Unrichtigkeit herausstellen sollte, so wird man doch zugeben müssen, daß sie eine Reihe von bisher vorliegenden Beobachtungstatsachen umfaßt und dem Verständnis näher rückt, von Tatsachen, die bisher unvermittelt nebeneinander standen und aufs höchste rätselhaft erschienen. Der Vorgang der Kathodenzerstäubung als solcher bleibt allerdings noch dunkel. Hier liegt augenscheinlich eine Molekularerscheinung besonderer Art vor. Jedenfalls wird es nicht angängig sein, die Geschwindigkeiten der zerstäubten Partikeln allein durch die Wirkung des elektrischen Feldes zu erklären, zumal die Zerstäubung eines Metalls ja auch durch bloße Temperaturerhöhung bewirkt werden kann.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. **8**, 244—266, 1902.
2) E. Goldstein, Verhandl. Dtsch. Phys. Ges. **4**, 229, 1902.
3) J. Stark, diese Zeitschr. **6**, 892, 1905.

(Eingegangen 4. Februar 1906.)

Batterie für elektrostatische Messungen.

Von F. Krüger.

Zum Aufladen der Nadeln von Elektrometern und zur Eichung von Elektroskopen ist eine durchaus konstante und wohldefinierte Spannungen liefernde Batterie wünschenswert. Zambonische Trockensäulen genügen diesen Anforderungen für längere Zeit sehr wenig, Hochspannungsbatterien von Akkumulatoren und Batterien der gebräuchlichen Trockenelemente schon eher, doch sind sie einerseits recht kostspielig und andererseits zu schwer transportabel, als daß sie für viele Fälle, z. B. für luftelektrische Messungen im Ballon in Frage kommen könnten. Bei Gelegenheit von elektrometrischen Messungen habe ich eine kleine Batterie konstruiert, die von den erwähnten Nachteilen frei ist.

Es ist klar, daß man konstante und definierte Spannungen nur erhalten kann, wenn die Ionenkonzentrationen an den Elektroden der Elemente konstant und definiert sind, d. h. wenn man sog. Normalelektroden resp. Normalelemente verwendet. Da die Normalelemente in der gewöhnlichen Form viel zu groß sind, als daß man viele davon zu einer leicht transportablen Batterie vereinigen könnte, so war es notwendig, die Größe der Normalelemente möglichst herabzusetzen. Die Elemente sind daher in der Form von nur wenige Zentimeter hohen, ca. 5 mm weiten Glasröhrchen hergestellt. Unten ist ein Platindraht eingeschmolzen, der im Kontakt steht mit dem auf dem Boden des Röhrchens befindlichen Kadmiumamalgam; dieses ist mit fein gepulvertem Kadmiumsulfat bedeckt. Darüber folgt eine festgestopfte Schicht mit Watte, die mit der gesättigten Lösung von Kadmiumsulfat getränkt ist, über ihr etwas Merkurosulfatpaste, dann ein paar Tropfen Quecksilber, in das der zweite Platindraht taucht. Abgeschlossen ist das Element mit sog. Marineleim, der einen sehr sicheren Abschluß gewährleistet. Ein solches Röhrchen bildet also ein Trockenelement von 1,0186 Volt Spannung, die von der Temperatur bekanntlich so gut wie völlig unabhängig ist. Von diesen Elementen sind je 100 auf Hartgummi in einem Kästchen von $13 \times 11 \times 5$ cm Größe montiert, eine solche Batterie hat also rund 102 Volt. Je zwanzig Elemente sind an Klemmen abgezweigt; die beistehende Abbildung zeigt die Anordnung

des Ganzen. Der innere Widerstand der Batterie beträgt rund 10^5 Ohm; ein Strom von 10^{-5} Ampere würde also schon infolge des inneren Widerstandes der Batterie einen Abfall der Klemmenspannung um 1 Volt, d. h. ca. 1 Prozent der Spannung bedingen. Da die Elemente ferner wegen der relativ kleinen Oberfläche auch leicht polarisierbar sind, so sind sie vor Stromentziehung während der Messung zu bewahren; doch ist selbst ein nicht allzulange währender Kurzschluß bei dem hohen inneren Widerstande nicht gefährlich, da sich die Elemente von der Polarisation ziemlich schnell wieder erholen.[1]) Durch Vergrößerung des Röhrendurchschnittes auf ca. 1—2 cm und Herabsetzung der Höhe der Watteschicht läßt sich der innere Widerstand leicht unter 10^4 Ohm herabdrücken und die Polarisierbarkeit so weit vermindern, daß Ströme von etwa 10^{-5} bis 10^{-4} Ampere wenigstens für kürzere Zeit ruhig entzogen werden dürfen, was vielleicht für einige Zwecke erwünscht ist; dabei würden sich die Kastendimensionen nur auf etwa $20 \times 20 \times 5$ cm vergrößern. Doch ist das für die hier zunächst lediglich ins Auge gefaßten elektrostatischen Messungen unnötig. Für diese Zwecke dürfte die angegebene Batterie[2]) als Quelle durchaus konstanter und definierter Spannung die bisherigen an Zuverlässigkeit und Handlichkeit übertreffen.

1) Vgl. W. Jäger, Ann. d. Phys. **14**, 726, 1905.
2) Die Batterie (D. R.-G.-M.) ist zu beziehen von Spindler & Hoyer, Göttingen (Preis 50 M.).

Göttingen, Institut für physik. Chemie.

(Eingegangen 20. Februar 1906.)

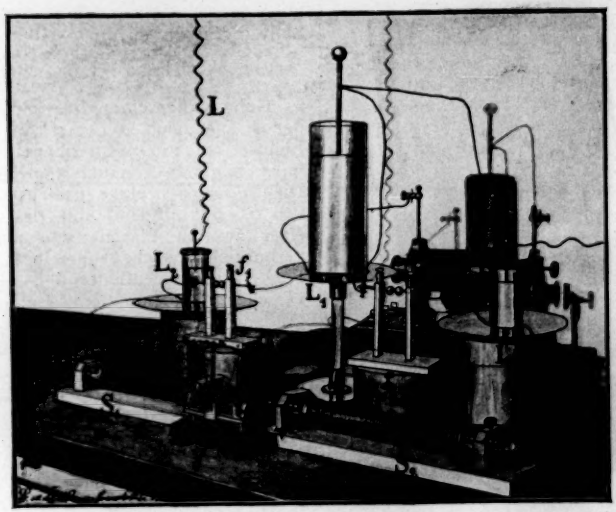
Über ein Verfahren zur Erregung elektrischer Schwingungen durch oszillatorische Ladung.

Von W. Biegon von Czudnochowski.

Gelegentlich einer Untersuchung zur Klärung der Frage nach der Art des Einflusses des Lichtes auf Funkenstrecken[1]) hat Herr Warburg folgende Versuchsanordnung verwendet. Die Belegungen einer großen Leydener Flasche von 0,0067 Mf. sind mit den entsprechenden einer zweiten Flasche von nur 0,000328 Mf. verbunden, welche mit einem einfachen eine Funkenstrecke enthaltenden Schließungskreise versehen ist; in dem Entladungskreis der großen Flasche, also zwischen diese und die kleinere, deren Außenbelegungen geerdet waren, konnten einzeln ein Ohmscher Widerstand in Gestalt eines Flüssigkeitsrheostaten nach Kohlrausch, und ein induktiver Widerstand in Gestalt einer Drahtspirale eingeschaltet werden. War nun die Ladung der großen Flasche so bemessen, daß durch ihre Entladung die kleine Flasche, wenn deren vorher geerdete Innenbelegung durch einen federnden Schalter plötzlich mit der Innenbelegung der großen Flasche verbunden wurde, auf ein Potential geladen wurde, welches kleiner war als das der Einstellung entsprechende Entladungspotential der Funkenstrecke, so trat in letzterer dennoch Entladung ein, wenn die in Frage kommenden Größen des Schließungskreises so beschaffen waren, das Oszillationen im Entladungskreis der großen Flasche auftreten konnten, deren Maximalspannungsdifferenz größer als das Entladungspotential der Funkenstrecke war. Nun erfolgen auch die Entladungen der kleinen Flasche bei passend gewählten Verhältnissen oszillatorisch, man kann also sagen, daß hier durch oszillatorische Ladung elektrische Schwingungen ausgelöst werden, und dies veranlaßte mich, gelegentlich einer größeren Reihe von Versuchen[2]) mit elektrischen Wellen zu versuchen, ob es nicht möglich sei, in dieser Weise solche Entladungen auch in regelmäßiger Folge hervorzubringen und damit dauernd kräftige elektrische Schwingungen zu erregen.

Da die fraglichen Versuche ausgingen von der Aufgabe: eine mit wenig Mitteln jederzeit leicht zusammenstellbare, aber gut und sicher funktionierende Anordnung zur Demonstration der Funkentelegraphie zu finden, einer Aufgabe, welche bald gelöst war[3]), und mir außerdem anderweite instrumentelle Hilfsmittel nicht zur Verfügung standen, so wurde die einmal gewählte Anordnung im Prinzip beibehalten, bei welcher die Schwingungen in einem frei

1) Verhandl. d. Dtsch. Physikal. Ges. **2**, 212—217, 1900.
2) Ebenda **7**, 241—250, 1905.
3) Diese Zeitschr. **2**, 105—107, 1900.



endigenden isoliert senkrecht angeordneten Drahte erregt, von diesem in den Raum ausstrahlt, von einem zweiten ähnlich angeordneten Draht aufgefangen und mittels eines Fritters nachgewiesen wurden; bei sorgfältiger Ausführung lassen auch in dieser Weise ausgeführte Versuche durchaus Schlüsse auf die größere oder geringere Wirksamkeit der benutzten Erregeranordnung zu, da der Fritter keineswegs nur ein „Entweder—Oder" kennt, sondern in Verbindung mit einem geeigneten Relais deutliche allmähliche Übergänge von gutem zu schlechtem Ansprechen zeigt. Als eigentlicher Erreger wurde auch hier die schon vorher als geeignet erkannte und von mir schon früher beschriebene einfache Anordnung verwandt, bestehend aus zwei gleichen Leydener Flaschen, deren Außenbelegungen durch zwei gleiche Leiter — Drahtspiralen[1]) — und eine Funkenstrecke miteinander verbunden waren, während von den Innenbelegungen die eine mit dem Strahlungsdraht, die andere mit der Erde verbunden war; dieser „Geber" sollte nun in rascher Aufeinanderfolge oszillatorisch geladen werden und dazu mußte die Warburgsche Anordnung etwas geändert werden, insofern, als der in dieser die Ladung auflösende Momentschalter durch eine andere selbsttätig wirkende Vorrichtung zu ersetzen war, als welche zwei gleiche fest eingestellte Funkenstrecken geeignet erschienen. Unter Berücksichtigung des Gesagten wie des Umstandes, daß ein Induktorium verwendet werden sollte, gestaltete sich der ganze Aufbau folgendermaßen, vgl. obenstehende Figur. Das Induktorium $\mathcal{J}$, mit einem angebauten Platinunterbrecher versehen, der sorgfältig für möglichst regelmäßige Schwingungen eingestellt wurde, lädt eine große Leydener Flasche L_1; L_2, S'_1, F, S_2, L_3 bilden den eigentlichen „Geber", in dem die Schwingungen erregt werden sollen und L ist der strahlende Luftdraht. Die beiden Belegungen von L_1 sind nun über die beiden Funkenstrecken f_1 und f_2 mit den Außenbelegungen von L_2 und L_3 verbunden. Was die Größen der verwendeten Apparate anlangt, so vermochte das Induktorium zwischen Spitze und Platte bei Speisung durch 4 Akkumulatoren (in Reihe) Funken von maximal 80 mm zu geben, L_1 hatte 26 cm Glashöhe, L_2 und L_3 je 10 cm, die Polkugeln der Funkenstrecken hatten sämtlich 10 mm Durchmesser, und zwar waren die von f_1 und f_2 aus Blei gegossen und sauber poliert, die von F aus Zink; die Spulen S_1 und S_2 bestanden aus je 64 Windungen von 30 mm Durchmesser eines 1,5 mm dicken Kupferdrahtes. Die beiden Ladefunkenstrecken f_1 und f_2 waren in einfacher Weise aus Holz in der aus der Figur ersichtlichen Weise hergestellt und wurden unter Zuhilfenahme von Zwischenlegmaßen, (d. s. kleine Messingtäfelchen von 10×30 mm und bestimmter Dicke, z. B. 0,25 mm, 0,5 mm, 0,75 mm, 1 mm usw.) eingestellt, F dagegen war ein sorgfältig gearbeitetes Mikrometer mit Schlittenbewegung

1) In Abb. Fig. 6, S. 106 im 2. Jahrg. d. Zeitschr. sind statt solcher gerade Drähte sichtbar, solche wurden aber bei den Vers. nie verwendet, sondern nur bei dem Aufbau zum Zweck der Aufnahme; bei den Versuchen kamen vielmehr stets Drahtlocken in Anwendung.

durch Schraube. Die beiden Spulen S_1 und S_2 waren in der Weise hergestellt, daß der — besponnene und gewachste — Draht auf einem gut mit heißem Firnis getränkten Kern aus Rotbuchenholz von 300 mm Länge gewickelt wurde, der in einem ebenfalls buchenen Gestell gelagert ist; die Drahtenden sind an Klemmen befestigt, welche in Porzellanbüchsen eingesetzt sind. Die drei Leydener Flaschen waren sämtlich in der aus der Figur zu ersehenden Weise durch Hartgummiplatten isoliert.

Das Funktionieren dieser Anordnung war nun so gedacht, daß, wenn L_1 genügend aufgeladen ist, über f_1 und f_2 gleichzeitig die Entladung einsetzt, und zwar oszillatorisch, wodurch dann zwischen L_2 und L_3 momentan eine Potentialdifferenz eintritt, welche, größer als das Entladungspotential von F, in diesem eine Entladung zwischen L_2 und L_3 einsetzen läßt, welche wegen der Selbstinduktionen S_1 und S_2 nur relativ wenig gedämpft zu kräftigen Schwingungen auch in L Anlaß gibt. Als Bestätigung der Richtigkeit dieser Annahme ist wohl anzusehen, daß die erstrebte Wirkung eintritt, d. h. sich durch den Fritter in größerer (~ 50 m im Freien) Entfernung Wellen nachweisen lassen, wenn auch $F > (f_1 + f_2)$ ist. Macht man aber f_1 und f_2 zu groß, so treten selbst bei sehr kleinem F in diesem Funken nur in großen Zwischenräumen auf, was wohl dadurch zu erklären ist, daß wegen der Größe von f_1 und f_2 in diesen nur einpolige Entladungen übergehen können, welche L_2 und L_3 langsam aufladen, andererseits kann man auch bei $F = 0$ aus L Funken ziehen, wenn f_1 und f_2 hinreichend klein gewählt sind. Wie sich nun die Schwingungsverhältnisse in der beschriebenen Anordnung gestalten, und ob dieselben der oben mitgeteilten Annahme entsprechen, habe ich bisher nicht untersuchen können; eigentlich müßten ja, und damit stehen die Beobachtungen in Einklang, von denen des Induktors abgesehen, zwei Schwingungen im Systeme auftreten, stark gedämpfte zwischen L_1 und L_2 bezw. L_2 und L_3 und relativ wenig gedämpfte zwischen L_2 und L_3, und beide müssen auf L wirken. Es läßt sich auch statt des Induktoriums gut eine zweckmäßig von einem kleinen Elektromotor betriebene Influenzmaschine als Elektrizitätsquelle verwenden; deren beide miteinander verbundene Flaschenkondensatoren treten dann an die Stelle von L_1.

Wilmersdorf, November 1905.

(Eingegangen 28. November 1905.)

Vielfach-Telephonie mittels des Telegraphons.

Von J. W. Giltay.

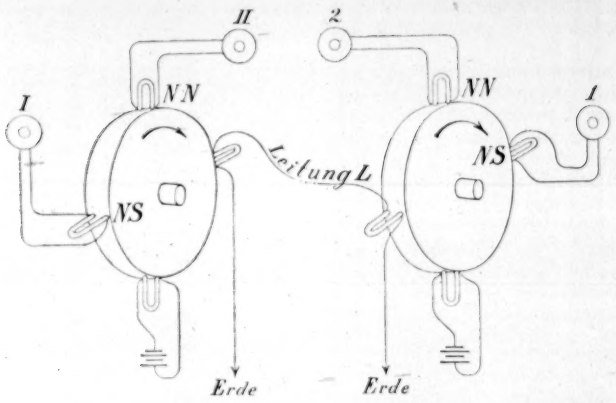
In dieser Zeitschrift **6**, 744, 1905, macht Herr Ruhmer einige Bemerkungen zu dem Inhalte eines Aufsatzes, der unter obigem Titel von meiner Hand in No. 18, S. 572, desselben Jahrganges erschien.

Die Behauptung des Herrn Ruhmer, ich wäre zu dem Schlusse gekommen, „daß eine getreue Wiedergabe mehrerer Gespräche nach der von Pedersen angegebenen Anordnung nicht möglich sei" ist unrichtig. Ich sagte wörtlich: „Man wird daher auf diese Weise zwei Gespräche zu gleicher Zeit übereinander aufschreiben und sie nachher wieder getrennt hören können." Was ich behauptet habe, ist, daß es nicht möglich sei von zwei, mit quergestellten Hufeisenelektromagneten übereinander geschriebenen Gesprächen (vergl. Fig. 1 meines vorigen Aufsatzes) zu gleicher Zeit über eine Telegraphenlinie eine Kopie auf ein entferntes Stahlband zu erzielen.

Ich muß gestehen, daß ich sowohl aus Fig. 22 der Blondinschen, als aus Fig. 4 der Ruhmerschen Veröffentlichung den Schluß gezogen hatte, man hätte, behufs Erreichung einer Duplex-Telephonie, die Hufeisenmagnete mit ihren Polverbindungslinien in der Richtung des Stahlbands gestellt. Daß man sich hinter den Magneten E^1 E^2 und E^3 E^4 der Ruhmerschen Figur 4 noch so ein Duplikat denken sollte, daran habe ich gar nicht gedacht. Um so mehr nicht, da es mir scheinen will, daß es gar keinen Zweck hat, die Mikrotelephonapparate I, II, 1 und 2 je mit zwei Hufeisenelektromagneten (oder vier geraden Magneten) zu verbinden. Genau dasselbe, was mit der Einrichtung nach Fig. 22 (Blondin) oder Fig. 4 (Ruhmer) zu erreichen ist, läßt sich meines Erachtens auf einfacherem Wege nach dem umstehend gegebenen Schema erzielen. Eine Doppeltelephonie jedoch nicht!

Ich habe in meinem vorigen Aufsatz zu zeigen versucht, daß bei keiner der beiden von mir abgebildeten Vorrichtungen, also weder mit quergestellten noch mit in der Längsrichtung gestellten Hufeisenelektromagneten, eine Doppeltelephonie erreichbar ist. Da nun der Versuch mit den in der Längsrichtung gestellten Elektromagneten (meine Figuren 3 — 5) nicht gemacht zu sein scheint, so kann diese Methode hier außer Betracht bleiben. Es bleibt dann also nur die Frage, ob eine Doppeltelephonie mit quergestellten Hufeisenelektromagneten möglich ist.

Ich möchte nun Herrn Ruhmer bitten mitzuteilen, wie er es machen will, von den beiden einfachen Fixierungen, die ich in Fig. 1



meines vorigen Aufsatzes gezeichnet, zu gleicher Zeit über eine Telegraphenlinie eine Kopie auf ein zweites Stahlband zu machen. Wenn er das mit diesen einfachen Fixierungen fertig bringt, so will ich gern annehmen, daß auch zwei auf das erste Stahlband übereinander geschriebene Gespräche zu gleicher Zeit auf ein entferntes Stahlband transportiert werden können.

In dem Falle wäre dann die Duplextelephonie mit dem Poulsenschen Apparate erreicht.

Delft, Holland, d. 28. November 1905.

(Eingegangen 29. November 1905.)

Über die Temperatur des Auerstrumpfes.

Von H. Rubens.

Vor kurzem habe ich in dieser Zeitschrift und in den Annalen der Physik Versuche über das Spektrum des Auerbrenners veröffentlicht [1]), aus welchen sich u. a. das Emissionsvermögen des glühenden Strumpfes in seiner Abhängigkeit von der Wellenlänge angenähert berechnen läßt. Die hierbei benutzte Methode war folgende: Zunächst wurde die Energieverteilung im Spektrum des glühenden Auerstrumpfes experimentell ermittelt. Alsdann wurde das Verhältnis der Gesamtstrahlung des Auerstrumpfes und eines vollkommen schwarzen Körpers von gleicher Größe und Struktur und beliebiger, aber bekannter Temperatur bestimmt. Endlich wurde auf Grund verschiedener Methoden eine Schätzung der Glühtemperatur des Strumpfes vorgenommen, und nun mit Hilfe des Stefanschen Gesetzes das Verhältnis der Gesamtstrahlung des Strumpfes zu derjenigen eines schwarzen Körpers von gleicher Temperatur berechnet. Zeichnete man nun die experimentell ermittelte Energiekurve des Auerstrumpfes und die mit Hilfe der Planckschen Formel berechnete Energiekurve des schwarzen Körpers von gleicher Temperatur derart übereinander, daß sich ihre Flächeninhalte verhalten wie die Gesamtstrahlungen der beiden Strahlungsquellen, so ist für jede Wellenlänge das Emissionsvermögen gleich dem Ordinatenverhältnis beider Kurven.

Gegen die Resultate dieser Untersuchung sind von sehr kompetenter Seite, nämlich von den Herren Lummer und Pringsheim [1]), Einwendungen erhoben worden, welche sich ausschließlich auf die von mir benutzte Methode der Temperaturschätzung, insbesondere auf die Anwendung des Holborn-Kurlbaumschen Pyrometers zu diesem Zwecke beziehen.

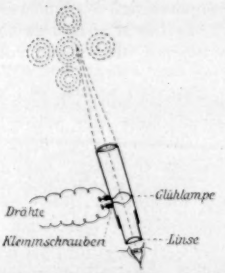
In eingehender Erörterung wird von den Herren Lummer und Pringsheim dargelegt, daß man mit Hilfe des optischen Pyrometers nur die sogen. schwarze Temperatur, nicht aber die wahre Temperatur der Körper feststellen könne, daß somit die mit Hilfe dieses Instruments gefundene Temperatur nur einen unteren Grenzwert darstellt, und daß man zu widersinnigen Konsequenzen kommt, wenn man auf nichtschwarze Körper die Gesetze der schwarzen Strahlung anwendet. Diese an sich durchaus richtigen und wohl jedem Physiker, welcher auf dem Gebiet der Strahlung lange gearbeitet hat, auch vollkommen geläufigen Erwägungen sind jedoch in dem vorliegenden Falle nicht in Widerspruch mit den von mir gemachten Schlüssen bezüglich der Temperatur des Auerstrumpfes. Um dieses darzutun, muß ich nochmals auf die

1) Diese Zeitschrift **6**, 790—792, 1905; Ann. d. Phys. 18, 725, 1905. Vgl. auch Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **7**, 346, 1905.

1) Diese Zeitschrift **7**, 89—92, 1906.

Versuche und Überlegungen näher eingehen, welche mich zu jener Temperaturannahme geführt haben. Dieser Punkt ist, insbesondere in dem kurzen Bericht über meinen Meraner Vortrag in dieser Zeitschrift, bisher nur flüchtig behandelt worden.

Erstens beruht meine Temperaturschätzung nur zum geringsten Teil auf den Angaben des optischen Pyrometers. Die wesentlichste Stütze erhält dieselbe durch die Tatsache, daß auf dem ganzen untersuchten Spektralgebiet von 0,45 bis 18 μ bei einer Wahl der Strumpftemperatur von 1800 ° abs. sämtliche Emissionsvermögen unter 1 bleiben. Wäre die Strumpftemperatur zu niedrig angenommen, so müßte mit großer Wahrscheinlichkeit an irgendeiner Stelle dieses 5 bis 6 Oktaven umfassenden Spektralgebiets das berechnete Emissionsvermögen die Einheit überschreiten. Aber dieser Fall tritt nicht ein



und ebenso ergeben sich für die Reststrahlen von Flußspat und Steinsalz, wie ich gleichfalls festgestellt habe, Emissionsvermögen des Auerstrumpfs von 0,78 bezw. 0,85. Es ist hiernach zwar nicht ausgeschlossen, aber recht unwahrscheinlich, daß die Strumpftemperatur wesentlich höher ist, als angenommen wurde.

Zweitens habe ich das optische Pyrometer bei meinen Versuchen in einer Weise verwendet, welche mir ein Urteil über die „Schwärze" des untersuchten Objekts gestattete. Ich verfuhr dabei folgendermaßen: Die „schwarze" Temperatur eines Glühstrumpfes wurde durch Anvisieren des Strumpfrandes unter Einschaltung eines blauen oder eines roten Glases mit Hilfe des optischen Pyrometers gemessen. Dabei ergaben sich die bekannten sehr bedeutenden Unterschiede der „schwarzen" Temperatur des Glühstrumpfes für blau und rot (ca. 200 °). Alsdann wurden vier weitere Auerbrenner in der in der obenstehenden Figur angedeuteten Weise in sternförmiger Anordnung möglichst dicht um den erstgenannten aufgestellt. Es ergab sich nun, daß die „schwarze" Temperatur im Rot erheblich gestiegen war, sich dagegen im Blauen nicht geändert hatte.

Dieser Versuch und eine Reihe ähnlicher Kontrolmessungen, welche ich mit anderen räumlichen Anordnungen der Brenner vorgenommen habe, beweisen, daß das Emissionsvermögen des Strumpfes im Blau sehr hoch sein muß und von dem Wert 1 nicht sehr verschieden sein kann.

Geht aus dem Vorstehenden auch wohl zur Genüge hervor, daß ich die mir zur Last gelegten Überlegungsfehler in Wirklichkeit nicht begangen habe und daß meine Annahme über die Temperatur des Auerstrumpfes nicht so unbegründet ist, wie sie die Herren Lummer und Pringsheim darstellen, so muß doch zugegeben werden, daß diese Temperaturschätzung das unsicherste Glied der Schlußkette bildet, als deren Ergebnis die Emissionsvermögen zustande kommen.

Ich habe deshalb die Versuche zur Bestimmung der Temperatur weiter fortgesetzt. Das Ergebnis dieser neuen Untersuchung ist eine vollkommene Bestätigung meiner bisherigen Annahme über die Temperatur des Auerstrumpfes.

Die von mir benutzte Methode beruht wiederum auf der Anwendung des optischen Pyrometers und kann in gewissem Sinne als eine Vervollkommnung der in dem vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Versuchsanordnung aufgefaßt werden. Die „schwarze" Temperatur, welche das Pyrometer anzeigt, fällt mit der wahren für alle Wellenlängen zusammen, wenn es sich um die Untersuchung eines vollkommen schwarzen Körpers handelt. Um nun den Auerstrumpf nach Möglichkeit zu „schwärzen", verwendete ich ein Mittel, welches zuerst von Herrn F. Paschen angegeben und benutzt worden ist. [1])

Der untersuchte Auerbrenner mit Zugzylinder wurde in den Mittelpunkt einer kugelförmigen, innen versilberten Glasglocke gebracht, welche man aufsetzen und entfernen konnte, ohne daß Brenner und Strumpf dadurch erschüttert wurden. Durch ein kleines kreisförmiges Loch von 1 cm Durchmesser wurde eine nahe dem Kugelmittelpunkt befindliche Stelle des Strumpfrandes mit dem Pyrometerfernrohr anvisiert und abwechselnd die „schwarze Temperatur" bei Einschaltung eines blau- bezw. rot-durchlässigen Strahlenfilters gemessen. Dieses geschah sowohl bei aufgesetzter als auch bei abgenommener Silberglocke.

Es war von vornherein nicht zu erwarten, daß durch das Aufsetzen der Silberglocke der Auerstrumpf wie ein vollkommen schwarzer Körper strahlen würde, da die von der Theorie vorgeschriebenen Bedingungen praktisch nicht vollkommen erfüllt werden können. So fehlten infolge der unteren, oberen und seitlichen Öffnung etwa 7 Prozent der reflektierenden Glockenoberfläche. Außerdem befanden sich im Inneren der Glocke einige nichtleuchtende, absorbierende

1) F. Paschen, Wied. Ann. **60**, 719, 1897.

Gegenstände, wie Brennerkopf, Brennerfuß und Zuleitungsrohr; endlich war das Reflexionsvermögen der Versilberung nicht gleich 1, sondern betrug nur 0,912 bis 0,936. Dennoch war die schwärzende Wirkung der Glocke eine sehr erhebliche, welche insbesondere durch die starke Vermehrung der roten Strahlung auch dem unbewaffneten Auge sofort erkennbar war.

Die Messungen mit dem optischen Pyrometer ergaben nun in Übereinstimmung mit dem früheren Versuch eine sehr geringe Zunahme der schwarzen Temperatur im Blau, eine sehr bedeutende im Rot. Von den vielen untereinander gut übereinstimmenden Versuchsreihen, welche mit verschiedenen Strümpfen in der oben beschriebenen Weise angestellt worden sind, will ich eine herausgreifen, bei welcher die Ablesungen von zwei verschiedenen Beobachtern (K und R) vorgenommen worden sind. Auf dem Brennerkopf befand sich die untere zylindrische ca. 4 cm hohe Hälfte eines Degea-Auerstrumpfs, welche sich ohne Strumpfhalter leicht auf dem Brennerkopf befestigen läßt. Die ganze Oberfläche dieses Glühkörpers leuchtete fast gleichmäßig hell. Dennoch waren mit Hilfe des optischen Pyrometers noch Temperaturunterschiede von 50° an verschiedenen Stellen erkennbar. Die Glocke wurde wiederholt aufgesetzt und abgenommen und stets ergaben sich wieder unter den gleichen Verhältnissen die gleichen Resultate.

Letztere sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Farbe	Schwarze Temperatur ohne Glocke		mit Glocke	
	K	R	K	R
Blau $\lambda = 0{,}470\ \mu$.	1555°	1558°	1573	1578
Rot $\lambda = 0{,}650\ \mu$ . .	1340	1343	1440	1437

Während also durch das Aufsetzen der Glocke die „schwarze Temperatur" im Blau nur um 19° steigt, wächst sie im Rot um 98°. Es entspricht dies einem Anwachsen der photometrischen Helligkeit im Blau um 19 Prozent, im Rot dagegen auf das 2,2-fache des Anfangswerts.

Ohne Zweifel rührt nun aber die im Blau beobachtete geringe Erhöhung der Strahlungsintensität sogar nur zum Teil von der schwärzenden Wirkung der Glocke her. Sicherlich ist sie teilweise durch eine faktische Temperaturerhöhung des Strumpfes herbeigeführt, welche dadurch eintritt, daß der Glühkörper bei aufgesetzter Silberglocke einen nicht unbeträchtlichen Teil seiner Gesamtemission zurückerhält. Es handelt sich hierbei natürlich nur um solche Strahlung, welche den Glaszylinder zweimal zu durchdringen vermag und welche etwa auf $^1/_6$ der Gesamtemission des Glühstrumpfes geschätzt werden kann.

Die schwärzende Wirkung der Glocke, welche im Roten die Intensität reichlich verdoppelt, ist also im Blauen, wenn überhaupt vorhanden, jedenfalls verschwindend klein.[1]) Man muß hieraus den Schluß ziehen, daß der Glühstrumpf auch ohne Glocke im Blauen schon beinahe „schwarz" ist und daß das von mir angegebene hohe Emissionsvermögen des Auerstrumpfes im Blau jedenfalls angenähert den Tatsachen entspricht; oder, was auf dasselbe herauskommt, daß meine Annahme bezüglich der Temperatur des untersuchten Strumpfstücks sich als zutreffend erweist.

Als mittlere Temperatur des strahlenden Strumpfstücks hatte ich in meiner früheren Arbeit 1527 °C angenommen. Die Maximaltemperatur lag etwa 30° höher.[2]) Bei den meisten Glühstrümpfen verschiedener Herkunft, welche ich mit Hilfe des optischen Pyrometers und der Silberglocke auf ihre Temperatur untersucht habe, ergaben sich Maximalwerte von 1560 bis 1590°.[3]) Es herrscht also zwischen meinen älteren und neueren Messungen volle Übereinstimmung.

In gleicher Weise habe ich auch den Ceriumoxydstrumpf mit Hilfe der Silberglocke nochmals auf seine Glühtemperatur untersucht. Auch hier war nicht zu erwarten, daß das Resultat dieser neuen Messung von dem früher angegebenen Wert (1050 bis 1100° C auf dem untersuchten Strumpfstück) wesentlich abweichen würde, da der Ceriumstrumpf bei höherer Temperatur, ähnlich dem Eisenoxydstrumpf eine dunkelbraune Farbe zeigt. Bei Zimmertempe-

1) Um an einer Strahlungsquelle mit bekannten Eigenschaften die Wirkung der Glocke zu erproben, wurde eine Deutsche Vereins-Paraffin-Kerze, deren wahre Temperatur durch Messungen von Herrn Kurlbaum und deren Emissionsvermögen von den Herren Lummer und Pringsheim festgestellt ist (diese Zeitschrift **3**, 187, 233 und 332, 1902), mit und ohne Glocke auf ihre „schwarze Temperatur" im Roten untersucht. Es ergab sich, daß diese Größe durch das Aufsetzen der Glocke von 1200° auf 1310° gestiegen war, während die wahre Temperatur ca. 1430°, das Emissionsvermögen angenähert 0,2 beträgt. Wir haben also hier ähnliche Verhältnisse wie bei dem Auerstrumpf im Roten. Es ist daher anzunehmen, daß auch die Emissionsvermögen in beiden Fällen nicht sehr verschieden sein werden. In meiner früheren Arbeit hatte ich diese Größe für den Auerstrumpf für $\lambda = 0{,}6$ zu 0,24 für $\lambda = 0{,}7$ zu 0,06 angegeben.

2) Die Maximaltemperatur des Glühstrumpfs mit und ohne Zugglas unterscheidet sich nur wenig (etwa 20°), wenn man in beiden Fällen Luft- und Gaszuführung sorgfältig bis zur günstigsten Wirkung reguliert (vgl. meine Abhandlung, Ann. d. Phys., S. 726). Bei dem Cerstrumpf habe ich überhaupt keine Änderung der Temperatur beim Aufsetzen des Zugzylinders bemerken können.

3) Dagegen konnte ich schon mit unbewaffnetem Auge bedeutend höhere Glühtemperatur konstatieren, wenn ich statt eines ganzen Glühstrumpfs nur ein ganz kleines, aus wenigen Fäden bestehendes Stückchen der Strumpfmasse in den äußeren Flammensaum eines Bunsenbrenners brachte. In solchen Fällen habe ich wiederholt ohne Anwendung der Silberglocke „schwarze" Temperaturen von 1700° bis 1800° C beobachtet. Mit Stücken von einigen Quadratzentimetern Fläche ist mir dies nie gelungen. Ich beabsichtige, diese interessante Erscheinung näher zu untersuchen.

ratur erscheint er im Tageslicht blaßgelb; erwärmt man ihn aber auf einige Hundert Grad, so wird er erst schmutziggrün und mit weiter steigender Temperatur dunkelbraun, erst dann fängt er an zu leuchten.[1]) Sein Emissionsvermögen wächst offenbar stark mit steigender Temperatur. Mit dem optischen Pyrometer gemessen zeigte er im normalen Glühstand, für alle Farben fast die gleiche schwarze Temperatur, nämlich ca. 1103° C an seiner heißesten Stelle; nur im Rot ergab sie sich etwas niedriger (ca. 12°). Außerdem blieben unter der Annahme einer mittleren Temperatur von 1077° C für das untersuchte Strumpfstück sämtliche Emissionsvermögen in dem ganzen untersuchten Spektralgebiet unter eins.

Wurde nun die Silberglocke auf den mit Zugzylinder versehenen glühenden Cerstrumpf aufgesetzt, so stieg die schwarze Temperatur an der heißesten Stelle nur von ca. 1103 auf ca. 1115° C. Aber auch hier ist es wiederum zweifelhaft, ob man die so erhaltene geringe Erhöhung der „schwarzen Temperatur" auf Rechnung der „Schwärzung" zu setzen hat, oder ob es sich um eine faktische Temperaturerhöhung handelt, denn auch von den Strahlen des Ceriumstrumpfes geht noch ein beträchtlicher Teil durch den Glaszylinder hindurch. Ich halte es deshalb nicht für angebracht, an meinen Angaben auf Grund der neuen Messungen irgendeine Änderung vorzunehmen.

Daß es sich bei dem von mir berechneten Emissionsvermögen, welches an den verschiedenen Stellen des Spektrums im Verhältnis 100 zu 1 variiert und außerdem von Strumpfexemplar zu Strumpfexemplar je nach dem Cer-Gehalt für die gleiche Wellenlänge außerordentlich verschieden ist[2]), nicht um große Genauigkeit handeln kann, sondern daß hier Unsicherheiten von 20 Prozenten und mehr vorkommen können, ist wohl selbstverständlich. Schon die Art, wie die Emissionskurve des Glühstrumpfs aus der Energieverteilung des Auerbrenners und der Bunsenflamme abgeleitet wird, ergibt Fehler von dieser Größenordnung. Sind aber die von mir angegebenen Emissionsvermögen im sichtbaren Gebiet angenähert richtig, so sind sie es im Ultraroten a fortiori, denn hier ist der Einfluß eines Fehlers in der Temperaturannahme weit geringer als im Gebiet der kurzen Wellenlängen.

1) Ähnliche Erscheinungen, wenn auch in schwächerem Grade, zeigt der gewöhnliche Auerstrumpf.

2) Da, wie ich gezeigt habe, das Absorptionsvermögen des Auerstrumpfs lediglich von seinem Cer-Gehalt abhängt, und da das Cer aus den Strümpfen bei längerem Gebrauch teilweise verdampft, ändert sich auch ihr Emissionsvermögen sehr stark mit zunehmender Brenndauer. Besonders macht sich dies im langwelligen Teil des sichtbaren Spektrums bemerkbar. Ein neuer Strumpf leuchtet stets rötlicher als ein alter.

(Eingegangen 15. Februar 1906.)

Bemerkungen zu der Abhandlung von H. Rubens: „Über die Temperatur des Auerstrumpfes."

Von O. Lummer und E. Pringsheim.[1])

Ohne auf Einzelheiten einzugehen, wollen wir nur im allgemeinen unsern Standpunkt gegenüber der durch die vorstehende Mitteilung veränderten Sachlage darlegen. Wir haben gegen die ersten Publikationen[2]) von Rubens über diesen Gegenstand den Einwand erhoben, daß es prinzipiell unzulässig sei, die Temperatur eines Körpers, dessen Emissionsvermögen bestimmt werden soll, mit dem optischen Pyrometer zu messen. Wenn man die so ermittelte Temperatur als die wahre Temperatur des strahlenden Körpers betrachtet, so macht man stillschweigend oder unbewußt über das Emissionsvermögen der der Messung zugrunde gelegten Wellenlänge eine bestimmte Voraussetzung, nämlich die, daß das Emissionsvermögen gleich dem des schwarzen Körpers gleicher Temperatur sei, daß also das Absorptionsvermögen den Wert 1 habe. Ist das Absorptionsvermögen an dieser Stelle des Spektrums kleiner als 1, so ist die mit dem optischen Pyrometer gemessene Temperatur nicht die wahre Temperatur. Somit schweben die aus der Vergleichung der beobachteten Energiekurve mit derjenigen des schwarzen Körpers „gleicher" Temperatur gewonnenen Zahlen für das Emissionsvermögen in der Luft.

Daß Rubens die Unzulänglichkeit der optischen Temperaturbestimmung selbst empfunden hat, dafür findet sich eine Andeutung in seiner ausführlichen Publikation[3]) in den Annalen der Physik. Hier hat er versucht, die optische Temperaturbestimmung durch eine auf ganz anderer Grundlage beruhende Schätzung der Temperatur zu stützen. Aber eine solche Schätzung kann nicht zum Ziele führen, das haben wir schon früher dargetan.

Erst aus der vorstehenden Abhandlung von Rubens geht hervor, daß er jene Voraussetzung über das Emissionsvermögen des der optischen Temperaturmessung zugrunde gelegten Spektralgebiets zwar stillschweigend, aber nicht unbewußt gemacht hat. Vielmehr hat er sich durch besondere Versuche davon überzeugt, daß das Absorptionsvermögen des Auerstrumpfes im Blau von 1 nicht sehr erheblich abweicht. Hätte er in einer seiner früheren Mitteilungen

1) Diese Bemerkungen sind im wesentlichen eine Wiedergabe der in der Sitzung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft vom 9. Februar im Anschluß an den Rubensschen Vortrag „Ueber die Temperatur des Auerstrumpfes" von E. Pringsheim gemachten Ausführungen. Durch die Veröffentlichung an dieser Stelle kommen wir einem von Herrn Rubens geäußerten Wunsche gern nach.

2) Diese Zeitschrift **6**, 790—792, 1905; Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft **7**, 346—349, 1905.

3) Ann. d. Physik **18**, 725—738, 1905.

nur mit einem Worte auf diese Versuche hingewiesen, so wäre seiner Methode der Vorwurf erspart geblieben, daß sie eine petitio principii enthalte. Ebenso fehlte dort jegliche Angabe, in welcher Spektralfarbe die Temperaturbestimmung mit dem optischen Pyrometer ausgeführt worden ist.

Wie weit in Wirklichkeit das Absorptionsvermögen im Blau von dem Werte 1 abweicht, das geht aus jenen älteren, wenn auch erst in der vorstehenden Abhandlung veröffentlichten Versuchen allerdings nicht mit Sicherheit hervor. Diese Frage sucht Rubens durch neue Versuche zu beantworten, zu welchen unsere Kritik seiner Methode die Veranlassung gegeben hat. Dabei wird ein gelegentlich von uns [1]) vorgeschlagenes Verfahren benutzt, welches unter Umständen geeignet ist, die Temperatur eines nicht schwarzen strahlenden Körpers aus Strahlungsmessungen zu bestimmen, nämlich die Methode der spiegelnden Hülle. Daß die spiegelnde Hülle ihren Zweck in diesem Falle nur sehr unvollkommen erfüllt hat, geht daraus hervor, daß die mit der Hülle bestimmten „schwarzen" Temperaturen für rot und blau nicht gleich sind, wie sie es nach der Theorie sein müßten, sondern um volle 150° voneinander abweichen. Da aber die spiegelnde Hülle die „schwarze" Temperatur im Blau nur um 20° gesteigert hat, im Rot dagegen um 100°, so ist wohl der von Rubens gezogene Schluß berechtigt, daß das Absorptionsvermögen im Blau sehr viel größer ist als im Rot, und daß die mit der spiegelnden Hülle im Blau gefundene „schwarze" Temperatur des Auerstrumpfes von der wahren nicht allzuweit abweicht. Wenn man diese Temperatur zugrunde legen würde, um eine Tabelle für das Emissionsvermögen des Auerstrumpfes aufzustellen, so würden die für das Gebiet der großen Wellenlängen gefundenen Zahlen jedenfalls nur mit kleinen Fehlern behaftet sein. In dem für die Technik allein wichtigen kurzwelligen Gebiet aber gehen die Fehler der Temperaturbestimmung in so ungeheuer vergrößertem Maße in das Resultat ein, daß man schon zufrieden sein muß, wenigstens einen Anhalt für die Größenordnung des Emissionsvermögens zu erhalten.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, im Februar 1906.

(Eingegangen 15. Februar 1906.)

1) Verhandl. der Deutsch. Phys. Gesellschaft 1, 231, 1899. Dort steht u. a.: „Will man also die Temperatur einer leuchtenden Fläche finden, so bringt man sie in die Mitte einer innen versilberten spiegelnden Hohlkugel, läßt die Strahlung durch eine enge Öffnung auf den Spalt des Spektrobolometers fallen, bestimmt die Lage λ_m des Energiemaximums und setzt $T = 2940\lambda_m$ . . . . Bei allen elektrisch geglühten Leuchtkörpern, z. B. dem Kohlefaden der Glühlampe, wird infolge der spiegelnden Hülle und dementsprechend geringerer Ausstrahlung bei gleicher Stromstärke eine Erhöhung der Temperatur eintreten. Wir glauben, daß die Kontrolle durch Widerstandsmessung genügen wird, um den Glühkörper mit und ohne Hülle auf gleiche Temperatur zu bringen."

Wir beabsichtigen, die Wirksamkeit der spiegelnden Hülle systematisch mit Hilfe eines strahlenden Platinkästens zu untersuchen, dessen Strahlung mit und ohne Hülle spektrobolometrisch und spektrophotometrisch untersucht werden soll, während die Temperatur pyrometrisch gemessen wird.

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa (Direktor A. Battelli).

Nr. 25 [1]): A. Battelli und A. Stefanini, Über die Natur des osmotischen Druckes.

1. Die Erklärungsweise für die Tatsache, welche man beobachtet, wenn durch eine semipermeable Membran eine Lösung von dem reinen Lösungsmittel getrennt wird, welche die weiteste Annahme gefunden hat, ist die von van't Hoff. Diese Erklärungsweise schreibt den in solchem Falle auftretenden osmotischen Druck den Stößen der Moleküle des gelösten Stoffes gegen die Membran zu. —

Diese Erklärungsweise hat jedoch, so geistreich sie auch ist, und trotz der vielfachen Bestätigung durch äußerst sorgfältige Experimentaluntersuchungen, von vielen Seiten Widerspruch erfahren. Wir haben bereits Gelegenheit gehabt, eine ausführliche Kritik zu üben, und sind dabei zu dem Schlusse geführt worden, daß einige dieser Widersprüche noch der Lösung harren, und daß somit der Theorie der elektrolytischen Dissoziation noch die Harmonie und die Überzeugungskraft fehlen, welche erforderlich wären, um sie als bewiesen annehmen zu lassen.

Viele der Zweifel, welche sich uns damals aufdrängten, wurden bald darnach von neuem von Fitzgerald [2]), von Kahlenberg [3]), von Quincke [4]) und von anderen Forschern erhoben. In neuerer Zeit neigt auch Traube [5]) dazu, die von van't Hoff aufgestellte Erklärung des osmotischen Druckes zu bekämpfen. Andrerseits haben Barkeley und Hartley [6]) Resultate veröffentlicht, welche — sofern sie als endgültige anzusehen sein sollten — hinsichtlich des osmotischen Druckes merklich von den Resultaten abweichen würden, welche nach der Theorie zu erwarten wären. —

Seit einiger Zeit sind auch wir mit Versuchen beschäftigt, welche unter anderem eine genaue Feststellung der Beziehung zwischen

1) Nr. 24: diese Zeitschr. **6**, 669, 1905.
2) Nature **62**, 524, 1900.
3) Journ. Phys. Chim. **5**, 339, 1901. — Beibl. **26**, 670, 1902.
4) Ann. d. Phys. (4) **7**, 631, 1902.
5) Phil. Mag. (6) **8**, 704, 1904.
6) Proc. Roy. Soc. **73**, 436, 1904.

dem osmotischen Druck und der Temperatur zum Zwecke haben. Da wir indessen notgedrungen sehr langsam vorgehen müssen, und da sich verschiedene materielle Schwierigkeiten darbieten, so sind diese Untersuchungen noch keineswegs abgeschlossen. Es erscheint uns nichtsdestoweniger angezeigt, einige unserer bisher erhaltenen Ergebnisse zu veröffentlichen, zusammen mit den Erwägungen, welche die Lektüre der jüngsten Arbeit von Traube in uns angeregt hat.

2. Traube gelangt auf Grund zahlreicher Versuchsdaten zur Formulierung folgender Schlußsätze:

Je größer die osmotische Geschwindigkeit einer in Wasser löslichen Substanz ist, um so mehr setzt diese Substanz die Kapillarkonstante des Wassers herab.

Dagegen erhöhen diejenigen Substanzen, welche die Membran nicht zu durchdringen vermögen (für welche also die Membran semipermeabel ist), die Kapillarkonstante des Wassers.

Der Zusammenhang, welchen Traube hierdurch zwischen der Kapillarität und der Osmose herstellt, führt ihn zu folgender Vorstellung über die osmotischen Vorgänge:

Es sei M eine Membran, und A und B seien zwei durch diese Membran voneinander getrennte Flüssigkeiten. Die Oberflächen beider Flüssigkeiten erfahren eine nach innen gerichtete Anziehung durch eine Kraft, welche durch ihre Oberflächenspannung bestimmt ist. Wenn die Oberflächenspannung von A größer ist als die von B, so wird B durch die Membran hindurchgehen, oder doch das Bestreben zeigen, hindurchzutreten. Die Differenz zwischen den Oberflächenspannungen ist es, die die Richtung und die Geschwindigkeit der Osmose bestimmt. Eben diese Differenz ist es auch, der nach Traube der osmotische Druck zu verdanken ist. Die Wanderung des Wassers in Zuckerlösungen und der daraus sich ergebende osmotische Druck rühren also nach Traube her von der Differenz zwischen den Oberflächenspannungen des Lösungsmittel und der Lösung, und von keiner anderen Ursache, und die Hypothese, welche den osmotischen Druck allein den Molekülen des gelösten Stoffes zuschreibt, ist nicht mehr aufrecht zu erhalten. —

3. Der Gedanke, den osmotischen Druck in Abhängigkeit von den Kapillarerscheinungen zu setzen, war auch von Jäger[1]) und von Moore[2]) angeregt worden.

Jäger betrachtet ein ringförmiges Rohr, welches unten durch eine semipermeable Membran geteilt wird, und in welchem sich einerseits die Lösung, andererseits das Lösungsmittel befindet. Er berechnet nun die Arbeiten, welche beim Übergang eines Moleküls der Lösung oder des Lösungsmittels aus der Lösung in den darüber befindlichen Dampf auftreten. Hieraus leitet er dann die Beziehung

$$\alpha' - \alpha = kpv \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ab. Darin sind α und α' die Oberflächenspannung des Lösungsmittels bezw. der Lösung; v ist das Volumen des Lösungsmittels, welches durch die Membran hindurchtritt, p der osmotische Druck und k eine Konstante.

Nach Jäger ist also der osmotische Druck proportional der Differenz zwischen den Oberflächenspannungen der Lösung und des Lösungsmittels. — Zu eben dieser Schlußfolgerung gelangt auf einem anderen Wege auch Tammann[1]), und auch Bouty[2]) hat die Ansicht ausgesprochen, daß der osmotische Druck das Ergebnis einer zwischen der Lösung und dem Lösungsmittel wirksamen Anziehungskraft sei.

4. Dagegen hat Monti[3]) gegen die Erklärungsweise von Jäger den Einwand erhoben, daß — abgesehen von gewissen theoretischen Schwierigkeiten, welche diese Erklärungsweise nicht sowohl als eine notwendige, als vielmehr als eine mögliche erscheinen lassen würden —, daß, abgesehen von diesen Schwierigkeiten, für die wässerigen Lösungen von Salizin $\alpha' < \alpha$ ist, während solche Lösungen einen positiven osmotischen Druck zeigen. — Es würde also die in Gleichung (1) ausgedrückte Beziehung im Widerspruch mit dem Experiment stehen.

Nach der Theorie von Moore soll der Durchgang der Flüssigkeiten durch eine Scheidewand stets von der Seite aus vor sich gehen, auf welcher die Oberflächenspannung kleiner ist und nach der Seite hin, wo dieselbe größer ist. Dagegen hat jedoch Monti den Fall ins Treffen geführt, daß Äthylalkohol und Wasser durch eine tierische Membran voneinander geschieden sind; hier ist es das Wasser, welches durch die Membran zum Alkohol hin geht, und somit erfolgt hier der Durchgang gerade entgegengesetzt, als es die Mooresche Hypothese verlangt.

Diese von Monti angeführten Tatsachen stehen auch der von Traube vorgeschlagenen Erklärungsweise entgegen.

5. Uns hat es nichtsdestoweniger scheinen wollen, daß die Auffassung von Traube, — die sich ja schon von jeher auf verschiedenen Wegen dem Geiste der Physiker aufgedrängt hat —, die Auffassung nämlich, welche die osmotischen Erscheinungen Differenzen der Oberflächenspannung zuschreibt, — und zwar im

1) Wien. Ber. 100, 1901.
2) Phil. Mag. (5) **38**, 279, 1894.

1) Ann. d. Phys. (4) **3**, 578, 1900.
2) Journ. de Phys. (3) **4**, 165, 1895.
3) Cim. (4) **5**, 186, 1897.

allgemeinsten Sinne, der sowohl die Diosmose als auch die Osmose van't Hoffs umfaßt, — daß diese Auffassung die richtige sei. Wir haben deshalb untersuchen wollen, ob es nicht möglich wäre, sie unter geeigneten Modifikationen mit den angeführten Tatsachen und mit den übrigen bereits sicher festgestellten in Übereinstimmung zu bringen.

6. Um unter den Bedingungen zu arbeiten, unter denen die Schlußfolgerungen Traubes und Jägers mit aller Strenge anwendbar sind, mußten wir den Fall gewöhnlicher Membranen ausschließen und diejenigen Erscheinungen untersuchen, welche an semipermeablen Membranen auftreten. — In der Tat, wenn, sobald Wasser von Alkohol durch eine tierische Membran getrennt ist, es das Wasser ist, welches zum Alkohol hin wandert, so könnte man als Antwort auf die von Monti erblickte Schwierigkeit die Beobachtung anführen, daß diese Erscheinung deshalb auftritt, weil die Rinderblase etwa achtmal mehr Wasser als Alkohol aufsaugt, daß dagegen, wenn man als Scheidewand Kautschuk verwendet, welcher Alkohol und nicht Wasser aufsaugt, es der Alkohol ist, der sich gegen das Wasser hin bewegt [1]), wie es die Überlegungen von Moore und von Traube verlangen.

Wir haben uns deshalb vorgenommen, das Verhalten von Äthylalkohol und Wasser zu untersuchen, welche durch eine semipermeable Membran von Nickelferrocyanür voneinander getrennt sind, auf welche der Alkohol keine Einwirkung ausübt. —

Im ersten Stadium des Phänomens ist es das Wasser, welches durch eine derartige Membran hindurchgeht, um in den vom Alkohol eingenommenen Raum einzudringen. Es würde also auch diese Tatsache gegen Moore und Traube sprechen und die Einwände Montis bestätigen. —

7. Wir sind indessen durch die Beobachtung und Prüfung anderer Tatsachen dazu geführt worden, die Auffassung Traubes dergestalt zu modifizieren, daß sie die bekannten Erscheinungen erklärt und die oben dargelegten Einwände entkräftet.

Wir halten nämlich daran fest, daß es immer die Differenz zwischen den Oberflächenspannungen ist, die den Richtungssinn der Osmose bestimmt; wir glauben aber nicht, daß der Durchgang durch die Membran immer von der Seite der Flüssigkeit mit geringerer Oberflächenspannung her gegen die mit größerer Oberflächenspannung hin erfolgen muß, wie dies Traube verlangt. — Dieser Durchgang muß vielmehr, nach unserer Ansicht, in jedem einzelnen Falle in dem Sinne erfolgen, der dahin führt, die in den Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Membran herrschenden Oberflächenspannungen auszugleichen.

8. Wir wollen sehen, wie diese neue Auffassung der osmotischen Erscheinungen alle bekannten Tatsachen erklärt.

a) Nehmen wir den Fall des Alkohols, so ist es in der Tat, wenn die Membran für Alkohol absolut undurchlässig ist, das Wasser, welches zum Alkohol oder zur alkoholischen Lösung hinwandern muß, weil eine größere Verdünnung der alkoholischen Lösung dahin wirkt die Oberflächenspannungen der beiden durch die Membran getrennten Flüssigkeiten auszugleichen. —

Wenn aber die Membran auch für den Alkohol durchlässig ist, so muß zur selben Zeit, wie das Wasser zum Alkohol hin geht, dieser gegen das Wasser hin wandern, denn diese Wanderungen wirken beide auf den Ausgleich der Oberflächenspannungen zu beiden Seiten der Membran hin. —

Dies ist nun genau der Fall, den wir mit der Nickelferrocyanürmembran gefunden haben. Wenn man in das Innere der osmotischen Zelle absoluten Äthylalkohol und in den äußeren Raum Wasser bringt, so stellt sich sofort im Innern ein Überdruck von etwa 2 cm Flüssigkeit ein, welcher ungefähr 2 Stunden hindurch stationär bleibt. Nach drei Tagen jedoch ist der innere Druck dem äußeren gleich geworden; es findet sich Alkohol im äußeren Raume, und die beiden Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Membran zeigen gleiche Oberflächenspannung.

Ein durchaus gleiches Verhalten haben wir gefunden, wenn wir in das Innere der osmotischen Zelle eine fünfprozentige Lösung von Äthylakohol und in den äußeren Raum reines Wasser brachten.

Ganz dasselbe tritt auch ein, wenn Wasser und Alkohol durch eine Scheidewand aus porösem Ton getrennt werden. Auch hier stellt man zunächst einen Überdruck im Innern fest; das Wasser wird einige Tage lang gierig vom Alkohol absorbiert; dann stellt sich nach und nach wieder Druckgleichgewicht zwischen innen und außen her, und schließlich haben die beiden Flüssigkeiten auf der Innen- und der Außenseite des Gefäßes dieselbe Oberflächenspannung. —

Nach unserer Auffassung muß die größere oder geringere Intensität der einen Strömung im Vergleich mit der anderen abhängen von den relativen Werten der Änderung, welche die Kapillarkonstante einer der beiden Flüssigkeiten erleidet,

1) Dutrochet (Physique médicale), S. 126, 1871.

wenn sich mit N ihrer Moleküle n Moleküle der anderen mischen.

Das heißt: es muß die Wanderung derjenigen Flüssigkeit schneller erfolgen, welche bei gleicher Molekülzahl in der anderen die kleinere Änderung der Oberflächenspannung hervorbringt.

Für den Fall von Alkohol und Wasser haben wir gefunden, daß die Verminderung, welche die Oberflächenspannung des Wassers erfährt, wenn ein Molekül Alkohol auf N Moleküle Wasser zugesetzt wird, daß diese Verminderung größer ist als die Erhöhung, welche die Oberflächenspannung des Alkohols erfährt, wenn ein Molekül Wasser auf N Moleküle Alkohol zugesetzt wird.

Dieses Resultat gibt die Erklärung dafür, daß durch die Membran oder durch das poröse Tongefäß, welches wir benutzt haben, zu Anfang gerade das Wasser in größerer Menge hindurchwandert als der Alkohol.

Da der Flüssigkeitsaustausch in dem Sinne vor sich gehen muß, daß ein Ausgleich zwischen den beiderseitigen Oberflächenspannungen erzielt wird, so müssen notgedrungen die Moleküle in größerer Menge in die osmotische Zelle oder in das Gefäß eintreten und dort den Alkohol verdünnen, um seine Oberflächenspannung zu erhöhen, und um den stärkeren Einfluß wett zu machen, welche eine geringere Anzahl von Alkoholmolekülen auf die Herabsetzung der Oberflächenspannnung des Wassers auf der anderen Seite ausüben. —

All diese Verhältnisse müssen unabhängig sein von den absoluten Mengen Alkohol und Wasser, welche sich zu beiden Seiten der Scheidewand befinden; denn der aktive Effekt der reziproken Mischung muß sich zu Anfang nur innerhalb der Dicke der Scheidewand zeigen. — In der Tat beobachtet man auch, wie gesagt, denselben Verlauf sowohl mit absolutem Alkohol als auch mit einer fünfprozentigen Alkohollösung.[1]) —

b) Was nun das Verhalten der Salizinlösung anlangt, so vermag dieselbe eine Membran aus Kupferferrocyanür nicht zu durchdringen (oder geht wenigstens nur mit Schwierigkeit hindurch). Sie kann mithin nicht in das Wasser übertreten und dessen Oberflächenspannung bis auf den Wert herabdrücken, den sie für die im Innern der osmotischen Zelle befindliche Lösung hat. Es ist daher natürlich, daß das Wasser seinerseits in die Lösung hineinwandern muß. — Jede Verdünnung der Salizinlösung vergrößert tatsächlich deren Oberflächenspannung und wirkt somit — auf die einzige hier mögliche Weise — auf den Ausgleich der beiderseitigen Oberflächenspannungen hin.

c) Während nun diese unsere Auffassung die von Monti angedeuteten Anomalien erklärt, gibt sie zugleich über die normalen Fälle Rechenschaft.

Für die Lösungen derjenigen Stoffe, welche die Oberflächenspannung des Wassers erhöhen, wie Chlornatrium, Kaliumnitrat usw., ist es in der Tat klar, daß das Wasser in die Zelle hineintreten und dort den osmotischen Druck herstellen muß. Wenn nämlich die gelöste Substanz die Membran nicht durchdringt, so ist es nur durch eine Verdünnung der Lösung möglich, zu einem Ausgleich der Oberflächenspannungen auf beiden Seiten zu gelangen. Der Eintritt des Wassers wird jedoch auf einem bestimmten Punkte aufhören müssen, nämlich wenn der osmotische Druck einen Wert erreicht haben wird, welcher groß genug ist, den Eintritt des Wassers zu verhindern.

Nach allen bekannten Versuchen gibt es übrigens keine Membran, welche für die Moleküle der im Wasser gelösten Stoffe absolut undurchlässig wäre. Das beweist auch die Tatsache, daß die Dicke der sogenannten semipermeablen Membranen um so mehr zunimmt, je länger die Einwirkung der membranbildenden Flüssigkeiten andauert.

Bleiben wir bei der Auffassung, daß die Osmose in dem Sinne verläuft, der am geeignetsten ist, die Oberflächenspannungen zu beiden Seiten der Membran auszugleichen, so ist es allerdings natürlich, daß auch der in Lösung befindliche Stoff, sofern er es vermag, teilweise in das reine Wasser übergehen muß, denn dieser Übergang wirkt ebenso wie der Übergang des Wassers in die Lösung auf einen Ausgleich zwischen den Oberflächenspannungen hin. Wenn aber die Moleküle der gelösten Substanz beim Durchgang durch die Membran Schwierigkeiten finden, so wird der Übergang des Wassers überwiegen, vorausgesetzt, daß das Wasser frei in das Innere des Gefäßes eindringen kann, d. h. daß das Gefäß offen ist.

Wenn wir aber das Wasser am Eintreten verhindern, wenn wir also den osmotischen Druck im Innern dadurch aufrecht erhalten, daß wir das Volumen der Lösung konstant halten, so wird wahrscheinlich, da ja dem Eintritt des Wassers ein Hindernis entgegengestellt ist, die gelöste Substanz in größerer Menge aus dem Osmometer austreten. Nun entspricht einem Austritt der gelösten Substanz eine Erniedrigung der Konzentration im Innern und eine Erhöhung der Oberflächenspannung auf der Außenseite, und die Folge davon wird sein, daß weniger Wasser in das Osmometer eintritt, als eintreten würde, wenn die Membran den gelösten Stoff

1) Die von uns vorgeschlagene Erklärungsweise gibt auch die Deutung der in der Arbeit von P. S. Bailow (Phil. Mag. (6) **10**, 1, 1905, Juli) beschriebenen Tatsachen, von denen wir nach unserer Mitteilung an die Reale Accademia dei Lincei Kenntnis erhalten haben.

nicht hindurchlassen würde. Der effektive osmotische Druck wird in diesem Falle kleiner sein müssen, als er sich ergeben würde, wenn der Durchgang des gelösten Stoffes nicht stattfinden würde. —

Diese Betrachtungen könnten auch zur Erklärung dafür dienen, daß mit verschiedenen Membranen der osmotische Druck einer und derselben Substanz verschieden gefunden worden ist. Bei derjenigen Membran, bei welcher der osmotische Druck geringer ist, würde dann die Permeabilität für die gelöste Substanz größer sein. —

Wir behalten uns vor, mit einigen Zellen, welche wir gegenwärtig so konstruieren, daß sie sehr starken Drucken stand zu halten vermögen, Versuche auszuführen, um auch diese Folgerungen aus unseren Überlegungen zu verifizieren. —

9. In der angezogenen Veröffentlichung sagt Traube, daß eine Membran, welche von einer Substanz in wässriger Lösung nicht durchdrungen wird, wenn diese Lösung eine größere Oberflächenspannung hat als das Wasser, für diese Substanz permeabel werden kann, wenn man der Lösung einen Körper zusetzt, welcher ihre Oberflächenspannung unter die des Wassers hinabdrückt. Traube kündigte auch an, daß er diese seine Schlußfolgerung einer experimentellen Prüfung unterwerfen wollte.

Nach dem, was wir oben gezeigt haben, kann indessen die Behauptung Traubes nicht zutreffen. Wir haben nämlich festgestellt, daß der Durchgang der verschiedenen Substanzen stets in dem Sinne erfolgt, der am geeignetsten ist, die Oberflächenspannung auf beiden Seiten der Membran gleich zu machen. Sehen wir nun, was in dem von Traube angegebenen Falle eintreten müßte, der sich verwirklichen läßt, indem man mittels einer Membran aus Nickelferrocyanür Wasser von einer wässrigen Lösung von KNO_3 trennt und dann so viel Äthylalkohol zusetzt, daß die Oberflächenspannung kleiner wird als die des Wassers.

Es erscheint in diesem Falle unmöglich, daß das KNO_3 in das reine Wasser übergeht, nachdem seiner Lösung Alkohol zugesetzt worden ist. Wenn nämlich ein derartiger Übergang stattfinden würde, so würde das KNO_3 durch seinen Austritt aus der Zelle die Oberflächenspannung in der Lösung noch weiter erniedrigen, während es die Oberflächenspannung auf der Außenseite, dadurch, daß es sich mit dem reinen Wasser vermischte, erhöhen würde. Auf diese Weise würde es also den Unterschied zwischen den Oberflächenspannungen auf beiden Seiten der Membran, statt ihn zu beseitigen, noch größer machen. — Nach unserer Auffassung dagegen müßte etwas ganz anderes erfolgen: Für gewöhnlich tritt nämlich das KNO_3 aus der Zelle durch die niedergeschlagene Membran aus, und dieser Umstand trägt im Verein mit dem in entgegengesetzter Richtung erfolgenden Durchgang des Wassers dazu bei, die Oberflächenspannungen einander gleich zu machen. Wenn aber der zugesetzte Äthylalkohol die Oberflächenspannung der Lösung bis unter die des Wassers hat sinken lassen, so muß der Durchgang des KNO_3 gänzlich aufhören; denn, wie gesagt, würde solcher Durchgang die Differenz zwischen den Oberflächenspannungen der beiden Flüssigkeiten vergrößern. Es wird vielmehr nur Alkohol nach außen übergehen müssen, denn nur ein solcher Übergang ist notwendig und hinreichend zur Herstellung des Gleichgewichtes zwischen beiden Seiten.

Um die Behauptung Traubes zu deuten, müßte man annehmen, daß die neue Lösung der beiden Substanzen (von denen die eine die Oberflächenspannung vermehrt und die andere sie vermindert) wie eine einzige Flüssigkeit von geringerer Oberflächenspannung als das Wasser wirkte, und daß daher — nach seiner Auffassung — für diese Flüssigkeit die Membran nicht mehr semipermeabel wäre. Nun aber müßte, wenn die Membran aufhört, für den ersten gelösten Stoff undurchlässig zu sein, nach der Seite des reinen Wassers hin eine Mischung der beiden Substanzen (im angenommenen Falle von KNO_3 und C_2H_6O) in der Weise übergehen, daß durch Überwiegen derjenigen Substanz, welche die Kapillaritätskonstante des Wassers herabsetzt, die Oberflächenspannungen beiderseits gleich würden.

Alles dies ist im höchsten Grade unwahrscheinlich; wir behalten uns aber nichtsdestoweniger vor, auch nach dieser Richtung hin Versuche anzustellen. —

10. Wenn eine semipermeable Membran zwei nicht isotonische Lösungen voneinander trennt, so muß sich nach van't Hoff ein osmotischer Druck in derjenigen Lösung einstellen, welche eine größere molekulare Konzentration hat.

Nach dem, was wir oben dargelegt haben, muß dagegen folgendes stattfinden: Wenn eine semipermeable Membran zwei Flüssigkeiten von gleicher Oberflächenspannung voneinander trennt, so darf, wenn dieselben in bezug auf reines Wasser, einzeln genommen, auch nicht isosmotisch sind, keine Druckdifferenz sich einstellen.

Die experimentelle Untersuchung liefert Ergebnisse, die in vollem Einklang stehen mit dieser unserer Schlußfolgerung, welche von grundlegender Bedeutung ist. Wir haben in der Tat mit einem Osmometer aus Nickelferrocyanür gefunden, daß Lösungen von gleicher Oberflächenspannung, welche sich zu beiden Seiten der Membran be-

finden, stets in osmotischem Gleichgewicht miteinander stehen, auch wenn sie keineswegs äquimolekular sind.

Beispielsweise haben wir gefunden, daß eine 1,11 prozentige Lösung von K_2SO_4 dieselbe Oberflächenspannung hat wie eine 1,78 prozentige Lösung von $MgSO_4$.

Diese Lösungen sind offenbar nicht äquimolekular: nun wohl, brachten wir die eine von ihnen auf die Innenseite, die andere auf die Außenseite der osmotischen Zelle, so stellte sich keine Druckdifferenz zwischen innen und außen ein.

Man könnte vielleicht dagegen einwenden, daß es sich hier um Lösungen von Elektrolyten handelt und daß infolgedessen ein verschiedener Dissoziationsgrad der beiden Lösungen die beobachtete Tatsache erklären könnte.

Wir haben aber dasselbe Ergebnis mit Lösungen von Zucker und Mannit erhalten. Obgleich diese Lösungen dieselbe Oberflächenspannung haben, sind sie nicht äquimolekular; wenn wir nun die eine auf die Innenseite und die andere auf die Außenseite der Zelle brachten, so blieben sie trotzdem immer im osmotischen Gleichgewicht. —

11. Es würde ein Leichtes sein, den Nachweis zu erbringen, daß diese unsere Auffassung auch die von Oker-Blom[1]) beschriebene Erscheinung erklärt, welche dieser Forscher als eine Resorption der Lösungen gedeutet hat. Wir wollen aber der Kürze halber auf eine eingehende Erörterung dieses Punktes verzichten und verweisen dieserhalb auf unsere Originalmitteilung.[2])

12. In seiner oben erwähnten Arbeit teilt Traube die Kurven für die Oberflächenspannung einiger Lösungen mit. Aus diesen erhellt, daß die Zuckerlösungen eine größere Oberflächenspannung haben als Wasser, und daß diese mit der Konzentration wächst, welch letztere in den Traubeschen Kurven bis auf 7% steigt.

Nach Grunmach[3]) dagegen hat eine Zuckerlösung von 19% eine Oberflächenspannung = 0,069, eine Lösung von 30% eine Oberflächenspannung von 0,067, während die des Wassers = 0,074 ist.

Stellen wir die Ergebnisse von Traube mit denen von Grunmach zusammen, so müßte es eine Zuckerlösung von solcher Konzentration geben, daß sie dieselbe Oberflächenspannung hat wie Wasser.

Eine solche Lösung dürfte gemäß unserer Auffassung keinen osmotischen Druck gegen reines Wasser zeigen.

Nun haben wir aber Zuckerlösungen von zunehmender Konzentration hergestellt und gefunden, daß für sämtliche Lösungen die Oberflächenspannung kleiner ist als die des Wassers. Es war somit nicht möglich, diesen Beweis zu erbringen.

Auch wenn die Zuckerlösungen geringere Oberflächenspannung haben als Wasser, so beeinträchtigt dieser Umstand noch keineswegs unsere früheren Feststellungen. Sie bilden dann eben nur eine weitere Anomalie, analog wie solche die Salizinlösungen bieten; und wie diese Anomalie zu erklären ist, haben wir bereits oben (8 b) gesehen. —

13. Alle Ergebnisse, welche wir in der vorliegenden Abhandlung auseinander gesetzt haben, widersprechen nun unwiderleglich der Theorie von van't Hoff, nach welcher der osmotische Druck herrühren soll von den Stößen der Moleküle des — in der Lösung in gasförmigem Zustande angenommenen — gelösten Stoffes gegen die für ihn undurchlässigen Wände.

Wenn nun die Membran zwei nicht äquimolekulare Lösungen trennt, so würden die beiderseits wirkenden Stöße nach dieser Theorie keinen gleichen Druck erzeugen, und wir müßten sonach einen Überdruck in derjenigen Lösung haben, in welcher die molekulare Konzentration größer wäre.

Wir haben dagegen experimentell festgestellt (8 a; 10), daß ein solcher Überdruck nicht vorhanden ist, sofern beide Lösungen — wenn sie auch keineswegs äquimolekular sind — dieselbe Oberflächenspannung haben.

Seit einiger Zeit bereits haben sich ernste Zweifel an der Gültigkeit der Schlußfolgerungen erhoben, auf welche van't Hoff die Identität zwischen dem osmotischen Druck und dem Gasdruck stützt, und Weinstein[1]) hat in seinem wertvollen neuen Werk über Thermodynamik klar nachgewiesen, wie wenig zuverlässig und streng die theoretischen Betrachtungen sind, welche zur Begründung dieser Identität dienen. — Des weiteren ist zu beachten, daß der osmotische Druck, im gleichen Sinne verstanden wie in den thermodynamischen Gleichungen, die zu der van't Hoffschen Beziehung führen, daß dieser osmotische Druck eine reale Existenz nur in dem Falle haben könnte, daß wirklich semipermeable Membranen existieren. Nun haben aber Naccari[2]) — wie wir bereits in unserm oben angeführten Buche bemerkt haben — und bereits Walden, Tammann, Meerburg, sowie in jüngster Zeit Quincke[3]) gezeigt, daß mehr oder weniger alle sogenannten semipermeablen Membranen

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **37**, 744, 1901.
2) R. Acc. Lincei **14**, 3, 1905.
3) Ann. d. Phys. (4) **3**, 660, 1900.

1) B. Weinstein, Thermodynamik und Kinetik der Körper. Braunschweig, 1903 (Bd. II).
2) Cim. (4) **8**, 259, 1898.
3) Ann. d. Phys. (4) **7**, 681, 1902.

für jede beliebige Substanz durchlässig sind. Sonach bleibt die Realisierbarkeit einer semipermeablen Membran in der strengen Bedeutung von van't Hoff immer problematisch.

Die van't Hoffsche Theorie hat indessen eine sehr wertvolle Stütze dadurch erhalten, daß es Nernst gelungen ist, unter der Annahme des von ihm definierten Druckes die osmotische Theorie der Säule aufzustellen, eines der schönsten und fruchtbarsten Gebiete der physikalischen Chemie. Das ist allerdings von höchstem Werte, vom Gesichtspunkt der Einheitlichkeit der wissenschaftlichen Begriffe betrachtet, welche, wenn möglich, beständig das Ziel aller Erforschung der Naturerscheinungen bilden muß. Eben diese Nernstsche Formel hat aber bereits Helmholtz mit Hilfe rein thermodynamischer Begriffe erhalten. Kürzlich hat auch Jaumann[1]) diese selbe Beziehung wiedergefunden, indem er von den Begriffen Faradays und Maxwells ausging und annahm, daß nur die elektrischen Wirbelbewegungen die Ursache jeder elektromotorischen Kraft seien. —

14. Einen weiteren Beitrag zur Stütze unserer Ausführungen liefert die jüngste Kritik von Kahlenberg[2]) über die Theorien von van't Hoff und Arrhenius.

Kahlenberg stützt sich nämlich auf den Umstand, daß der Wert des osmotischen Druckes von der Natur der zur Verwendung gelangenden Membran abhängig ist, und daß dieser Druck für einige Lösungen mit wachsender Verdünnung abnimmt, so daß er für eine Konzentration von ungefähr $^1/_{20}$ normal gleich Null wird.

Kahlenberg erklärt dieses Verschwinden des osmotischen Druckes aus der Annahme, daß man bei zunehmender Verdünnung auf einen Punkt gelangt, wo der Affinität zwischen der Lösung und dem neu zugesetzten Lösungsmittel das Gleichgewicht gehalten wird von der Affinität zwischen der Membran und dem Lösungsmittel. —

Nach unserer Anschauungsweise dagegen wird, da ja die Membran von dem gelösten Stoff durchdrungen werden kann, bei fortschreitender Verdünnung der Lösung ein Stadium eintreten, in welchem sich auf beiden Seiten dieselbe Oberflächenspannung finden wird. —

15. Zusammenfassend können wir folgende Sätze aussprechen:

1. Die osmotischen Erscheinungen werden immer durch Differenzen der Oberflächenspannung bestimmt.

2. Die Richtung der Osmose stellt sich immer und in jedem einzelnen Falle in dem Sinne ein, der am meisten geeignet ist, die Oberflächenspannungen zu beiden Seiten der Scheidewand auszugleichen.

3. Lösungen von gleicher Oberflächenspannung, auch wenn sie nicht äquimolekular sind, stehen immer in osmotischem Gleichgewicht untereinander.

4. Aus all diesen Gründen erscheint es höchst unwahrscheinlich, daß der osmotische Druck rein kinetischer Natur ist.

(Aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. Januar 1906.)

1) Phil. Mag. (5) **9**, 214, 1905.
2) Ann. d. Phys. (4) **3**, 578, 1900.

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa (Direktor A. Battelli).

No. 26[1]): Silvio Chella, Über einen Apparat zur absoluten Messung des Koeffizienten der inneren Reibung der Gase.

Als ich an die Bestimmung des Koeffizienten der inneren Reibung der Gase bei sehr tiefen Temperaturen herantrat, wollte ich nicht gern auf die Vorteile verzichten, welche die Coulombsche Methode bietet. Nach einigen Versuchen gelang es mir denn auch, diese Methode von den Fehlern frei zu machen, die sich, wie es schien, nur beseitigen ließen, wenn man dem oszillierenden Apparat beträchtliche Dimensionen gibt. Ich habe indessen auch bei einer Reduktion der Maße meines Apparates auf ein solches Maß, daß ich denselben ohne besondere Schwierigkeit abkühlen konnte, den Genauigkeitsgrad zu erreichen, wenn nicht gar zu übertreffen vermocht, welchen bei derartigen Messungen andere Experimentatoren erreicht haben.

Der von mir angewandte Kunstgriff besteht darin, daß ich an die Stelle der Coulombschen Scheibe einen Hohlzylinder gesetzt habe und diesen nun zwischen zwei dünnen mit ihm konaxialen und ihm sehr nahen dünnen Zylindern schwingen lasse. Ich vergleiche dann die Dämpfung der Schwingungen mit derjenigen, welche ich erhalte, wenn ich einen zweiten Zylinder benutze von gleichem Gewicht, gleichem äußeren und inneren Radius und gleichem Trägheitsmoment wie der erstere. Dabei werden ohne weiteres die Fehlerquellen eliminiert, welche von dem Widerstand des Mediums herrühren, sowie auch vor allem diejenigen, welche herrühren vom Vorhandensein der Ränder, für welche die Berechnung außerordentlich kompliziert wird. Die Bedingungen für die beiden Zylinder werden einfach dadurch

1) No. 25: diese Zeitschr. **7**, 190, 1906.

erfüllt, daß man ihre Höhe umgekehrt proportional ihren respektiven Dichtigkeiten wählt.

Bei der Berechnung des Dämpfungskoeffizienten hat man also nur den zylindrischen Teil zu berücksichtigen und braucht sich um die Ränder und die übrigen Teile, welche in beiden Systemen identisch bleiben, gar nicht zu kümmern.

Es seien ϱ und η die Dichte und der Koeffizient der inneren Reibung des Fluidums, ψ und r die Winkelgeschwindigkeit und der Abstand eines Teilchens bezogen auf die Schwingungsachse zur Zeit t; dann reduziert sich die Gleichung für die Bewegung des Fluidums auf:

$$\varrho \frac{\partial \psi}{\partial t} = \eta \left\{ \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right\} \quad . \quad . \quad (1)$$

Eine für unseren Zweck geeignete partikuläre Lösung erhalten wir, wenn wir

$$\psi = \Sigma C P(r) e^{-m^2 t}$$

setzen, wo $P(r)$ der Gleichung

$$P''(r) + \frac{3}{r} P'(r) + q^2 P(r) = 0 \quad . \quad . \quad (2)$$

genügen muß mit der Bedingung, daß es an den Wänden der dünnen Zylinder verschwindet und auf dem schwingenden Zylinder, dessen äußeren Radius wir mit R bezeichnen wollen, den Wert 1 annimmt. Auf den ersten Blick möchte es einfacher erscheinen, bei der Integration auf die bekannte Entwickelung der Besselschen Funktionen zurückzugreifen. Da aber die Entwickelung der Funktion zweiter Art eine Reihe von negativen Potenzen enthält, so würde ich dadurch die Rechnung zu sehr kompliziert haben.

Die Funktion $P(r)$ hat eine Singularitätsstelle im Punkte $r = 0$; sie ist aber regelmäßig und läßt sich daher für den Punkt R in eine Reihe von ganzen und positiven Potenzen von $(r-R)$ zerlegen:

$$P(r) = a_0 + a_1 (r-R) + \sum_2^\infty a_n (r-R)^n . \quad (3)$$

Da nun $P(R) = 1$ ist, so erhält man unmittelbar:

$$a_0 = 1 .$$

Für die Kenntnis von $\frac{\partial \psi}{\partial r}$ im Punkte R ist nun die Berechnung von a_1 von Wichtigkeit. Aus Gleichung (3) erhält man:

$$P'(r) = a_1 \sum_1^\infty n\, a_n (r-R)^{n-1} ,$$

$$P''(r) = \sum_2^\infty n(n-1)\, a_n (r-R)^{n-2} .$$

Weiter haben wir

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} - \frac{2}{R^2}(r-R) + - - - ,$$

in konvergenter Reihe für $|r-R| < R$ entwickelt, woraus sich dann ergibt:

$$P'(r) = \frac{a_1}{R} + \left(\frac{2a_2}{R} - \frac{a_1}{R^2} \right)(r-R) + - - - .$$

Setzen wir den Wert in (2) ein, und setzen wir die Koeffizienten einer und derselben Potenz gleich Null, so erhalten wir ebensoviele Gleichungen, aus denen wir die Werte für a_2, a_3, — — — als Funktionen von q^2 und a_1 erhalten können. Hierin kommt aber a_1 immer in der ersten Potenz vor. Führen wir diese Werte in (3) ein, und bezeichnen wir mit $(R+c)$ den Radius der dünnen Zylinder, so haben wir $P(R+c) = 0$ und erhalten schließlich für a_1 den Wert:

$$a_1 = -\frac{1}{c}\left[1 + \frac{3}{2R} c + \left(\frac{1}{4R^2} - \frac{q^2}{3} \right) c^2 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{8R^3} c^3 + - - - \right] .$$

Ist c_2 der Wert von c für den äußeren dünnen Zylinder und $-c_1$ derjenige für den inneren, so erhalten wir bei entsprechender Bezeichnungsweise:

$$\left(\frac{\partial \psi_2}{\partial r} \right)_{r=R} = -\frac{c}{c_2}\left[1 + \frac{3}{2R_2} c_2 + \left(\frac{1}{4R_2^2} - \frac{q^2}{3} \right) c_2 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{8R_2^3} c^3 - - - \right] e^{-m^2 t}$$

und einen analogen Wert für $\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{r=R}$. Der Verschiebungswinkel φ des schwingenden Systems wird definiert durch die bekannte von Meyer angegebene Gleichung:

$$M \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\tau \varphi + 2\pi\eta \left[R_2^3 \int_o^d \left(\frac{\partial \psi_2}{\partial r} \right)_{r=R} dh - \right.$$
$$\left. - R_1^3 \int_o^d \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{r=R} dh \right] , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wo d die Höhe des Zylinders und h die unabhängige Variable für die Schwingungsachse ist, und wo M und τ das Trägheitsmoment und die Torsion des Systems bedeuten.

Für die ψ gegebene Form erhalten wir

$$\varphi = -\Sigma \frac{c}{m^2} e^{-m^2 t} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und mit Hilfe von (4), (5) und (6) ergibt sich:

$$M m^2 + \tau + 2\pi\eta \left\{ -R_2 d \left[\frac{1}{c_2} + \frac{3}{2R_2} + \right. \right.$$
$$\left. + \left(\frac{1}{4R_2^2} - \frac{q_2}{3} \right) c_2^2 + - - - \right] + R_1 d$$
$$\left. \left[-\frac{1}{c_1} + \frac{3}{2R_1} - \left(\frac{1}{4R_1} - \frac{q^2}{3} \right) c_1^2 + - - - \right] \right. ,$$

wo m und q^2 den Beziehungen

$$m = \frac{\varepsilon + i\pi}{T} ,$$

$$q^2 = \frac{\varrho}{\eta}\frac{\varepsilon + i\pi}{T}$$

genügen.

Setzt man die reellen Teile einander gleich, und bezeichnet man mit $\frac{\varepsilon}{T}$ den Koeffizienten der Dämpfung der Schwingungen, so erhält man die Gleichung

$$\left[M + \pi\varrho\left(\frac{R_2^3 dc_2 + R_1^3 dc_1}{3}\right)\right]\frac{2}{T} = \pi\eta\left(\frac{R_2^3 d}{c_2} + \frac{R_1^3 d}{c_1} + \frac{3}{2}R_2^2 d - \frac{3}{2}R_1^2 d + \frac{R_2 dc_2 + R_1 dc_1}{4} + \frac{dc_2^2 - dc_1^2}{8}\right),$$

in welcher man wegen des kleinen Wertes von ϱ den zweiten Teil des ersten Gliedes vernachlässigen kann.

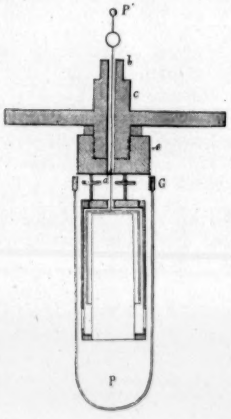


Fig. 1.

Ist ε' das Dekrement für den anderen Zylinder und l die Höhendifferenz zwischen beiden Zylindern, so gelangen wir schließlich zu folgender Formel:

$$M\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{T} = \pi\eta l\left(\frac{R_2^3}{c_2} + \frac{R_1^3}{c_1} + \frac{3}{2}(R_2^2 - R_1^2) + \frac{R_2 c_2 + R_1 c_1}{4} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{8}\right).$$

Der wesentlichste Teil des Apparates ist in Figur 1 wiedergegeben. An das Metallstück c ist ein Kranz e aus Ebonit angeschraubt, welcher mittels dreier Stellschrauben die Einstellung des Systems der beiden dünnen Zylinder gestattet, die ihrerseits durch einen Kreisring mit der Unterseite des Kranzes verschraubt sind. Im Innenraum zwischen diesen beiden Zylindern schwingt der bewegliche Zylinder. Derselbe kann an seinem oberen Ende auch geschlossen sein. Das Vorhandensein einer derartigen Endfläche bringt keinerlei Unzuträglichkeiten mit sich, denn sie erhöht das logarithmische Dekrement der Schwingungen bei beiden Zylindern um den gleichen Betrag.

Fig. 2.

Durch die Achse des Metallstückes c führt ein Stab b, welcher an einem oberen Ende eine in Figur 2 dargestellte Vorrichtung trägt. Mittels dieser Vorrichtung kann man von außen her durch einen permanenten Magneten die Rolle P aus ihrer Ruhelage bewegen und wieder in dieselbe zurückbringen. An dieser Rolle ist die bifilare Aufhängung befestigt. Diese ist mit dem üblichen Spiegel zur Ablesung der Ausschläge versehen und trägt die beweglichen Zylinder.

Der Apparat kann hermetisch verschlossen werden. Hierzu dient einerseits eine Glasglocke P (siehe Figur 1) mit einem Messingrand, mittels dessen sie an den Ebonitkranz angeschraubt werden kann; andererseits eine kleine angeschliffene Glasglocke, welche an den Messingkopf c der Figur 1 angekittet wird. Diese kleine Glocke trägt, wie aus Figur 3 ersichtlich, eine Kreuzverbindung aus Glasröhren und gestattet, mit Hilfe der drei Hähne den Apparat je nach Bedarf mit dem zu untersuchenden Gase, oder mit einer Luftpumpe, oder auch mit

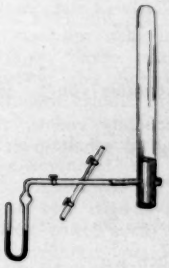


Fig. 3.

dem Manometer zu verbinden. Der Apparat wird mittels der Handhaben des Metallstückes

c (Figur 1) an einem schweren mit Klemmschrauben versehenen Stativ aus Gußeisen befestigt. Letzteres ist so gebaut, daß es die Glocke P bequem in die Temperaturbäder einzutauchen gestattet.

(Aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. Januar 1906.)

Die Theorie der relativen Bewegung und ihre Anwendung auf Bewegungen auf der Erdoberfläche. II.

Von L. Tesař.

1. Herr Denizot kennt in einer in dieser Zeitschrift gebrachten Erwiderung[1]) die von mir seinerzeit herangezogenen Gründe[2]) nicht an, welche die bisherige Ansicht von der Wirkungsweise der Coriolisschen Kraft beim Foucaultschen Pendel unterstützen sollen. Leider können mich die von Herrn Denizot angestellten Betrachtungen nicht bewegen, den von mir eingenommenen Standpunkt im geringsten zu verrücken. Ich halte dafür, daß die Drehung der Pendelebene ihre Ursache in erster Linie in der Coriolisschen Kraft findet, und daß der (gewöhnlichen oder augenblicklichen) Zentrifugalkraft nur die Bedeutung eines störenden sekundären Einflusses zukommt. Ich befinde mich hierbei in Übereinstimmung mit der seit dem Jahre 1851 allgemein gebrauchten Erklärungsweise dieser Erscheinung.

Im nachfolgenden sei es mir nun gestattet, einzelne seinerzeit karger gehaltene Punkte weiter auszuführen und dadurch zu den Bemerkungen des Herrn Denizot Stellung zu nehmen.

2. Wir legen auf der Erde ein rechtwinkliges Koordinatensystem fest. Der Ursprung O gehöre der Erdoberfläche an. Die Achse Oz hat die Richtung der Vertikalen, also der aus Erdanziehung und Zentrifugalkraft in O resultierenden Schwere. Der Richtungssinn von Oz sei nach aufwärts gerichtet. Die Achse Ox weise im Meridian nach Süden, die Achse Oy stehe senkrecht zum Meridian und weise nach Westen. Die Ebene der Achsen Ox und Oy ist mithin die Horizontalebene für den Punkt O. Die Bewegungsgleichungen eines Massenpunktes, der zur Zeit t die Koordinaten x, y, z besitzt, lauten alsdann[3])

$$\left.\begin{aligned} x'' &= -2y'\omega\sin\varphi + x\omega^2\sin^2\varphi \\ &\quad + z\omega^2\sin\varphi\cos\varphi + X_1 \\ y'' &= 2x'\omega\sin\varphi + 2z'\omega\cos\varphi \\ &\quad + y\omega^2 + Y_1 \\ z'' &= -2y'\omega\cos\varphi + x\omega^2\sin\varphi\cos\varphi \\ &\quad + z\omega^2\cos^2\varphi + Z_1 - g \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

1) A. Denizot, diese Zeitschr. **6**, 677, 1905.
2) L. Tesař, diese Zeitschr. **6**, 556, 1905.
3) L. Tesař, a. a. O. Es wird auf die dortige Fig. 1 verwiesen. Herr Denizot zitiert übrigens dieses Achsensystem und die Gleichungen (1) in seinem Aufsatze unkorrekt.

Es sind dies im wesentlichen die Gleichungen, welche Poisson in seinem Mémoire vom Jahre 1837 gegeben hat.[1]) Allerdings berücksichtigt Poisson noch den Luftwiderstand. In diesen Gleichungen bedeuten ω die Winkelgeschwindigkeit der Erde, φ die geographische Breite des Punktes O und X_1, Y_1, Z_1 die äußeren im Massenpunkt angreifenden Kräfte mit Ausnahme der Erdanziehung in O. Hingegen müssen in X_1, Y_1, Z_1 die Unterschiede der Erdanziehung im Punkte O und in dem Punkte x, y, z berücksichtigt werden.

Ich habe in der oben angeführten Abhandlung bemerkt, daß in den Gleichungen (1) die Glieder von der Größenordnung ω^2 gegen die von der Größenordnung ω vernachlässigt werden können; denn ω ist ein kleiner Bruch, nämlich $\frac{2\pi}{86164}$. Herr Denizot meint nun, es sei mir das Versehen unterlaufen, nicht berücksichtigt zu haben, daß die Coriolisschen Kräfte auch von der Größe der Geschwindigkeiten x', y', z' abhängen. Doch glaube ich mich und damit alle übrigen, die vor mir denselben Weg gegangen sind, von einem solchen Versehen freisprechen zu dürfen, weil ich einige Zeilen später doch von der Größenordnung der Koordinaten bzw. Geschwindigkeiten spreche. Freilich ziehe ich nur z und z' heran, da nur diese zwei Größen während der ganzen Dauer des Vorgangs als von einer Kleinheit vorausgesetzt werden können, die sich der des Bruches ω nähert. Die früher allgemein ausgesprochenen Sätze über die Größenverhältnisse der in den Gleichungen (1) auftretenden Glieder erhalten dadurch für den speziellen Fall des Foucaultschen Pendels ihre entsprechende Ergänzung.

Um aber aus dem Bereiche der Hin- und Widerrede zu kommen, will ich versuchen, die Nichtstichhaltigkeit der gemachten Einwürfe an einigen konkreten Fällen zu zeigen.

3. Vorerst ist hierzu eine Orientierung über die in X_1, Y_1, Z_1 auftretenden Unterschiede der Erdanziehung nötig, die den einzelnen Punkten x, y, z zukommen. Die diesbezüglichen Teile von X_1, Y_1, Z_1 bezeichnen wir mit X_1', Y_1', Z_1'. In Fig. 1 ist für den Punkt O der Erdoberfläche das früher erklärte Achsenkreuz gezeichnet. C sei der Erdmittelpunkt. m die Lage des Massenpunktes zur Zeit t. Bezeichnet b den Abstand des Punktes O von der Erdachse AC, so setzt sich die Schwerebeschleunigung g in O zusammen aus g, der Erdanziehungsbeschleunigung, und aus der

1) Poisson, Journal de l'École Polyt. Tome **XVI**, 15, 1838.

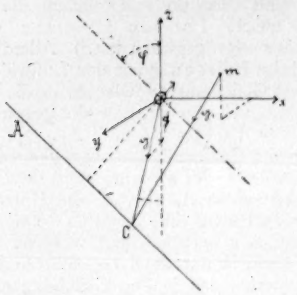


Fig. 1.

Zentrifugalbeschleunigung $\omega^2 b$. $\mathfrak{g}$ ist gegen den Erdmittelpunkt C gerichtet. $\omega^2 b$ steht senkrecht auf der Erdachse und liegt in der Meridianebene. Im Punkte m ändert sich lediglich Richtung und Größe der Erdanziehungskomponente, die wir nunmehr mit $\mathfrak{g}_1$ bezeichnen wollen. Die zweite Komponente $\omega^2 b$ bleibt ihrer Richtung und Größe nach unverändert; denn ihre rechnerische Bedeutung liegt ja nur darin, daß sie als entgegengesetzt gleich der faktischen Beschleunigung von O, jedem Punkte des Systems zugefügt werden muß, um den Ursprung in den Zustand der Ruhe oder in gleichförmige geradlinige Bewegung zu versetzen. Es ist also

$$\left.\begin{aligned} X_1' &= (\mathfrak{g}_1)_x - (\mathfrak{g})_x; \\ Y_1' &= (\mathfrak{g}_1)_y;\ Z_1' = (\mathfrak{g}_1)_z - (\mathfrak{g})_z \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

wo die an $\mathfrak{g}$ bzw. $\mathfrak{g}_1$ angehängten Zeiger die entsprechenden Komponenten nach den drei Achsen bezeichnen sollen. $(\mathfrak{g})_y = 0$, da $\mathfrak{g}$ der durch O gehenden Meridianebene angehört.

4. Ferner tritt in X_1, Y_1, Z_1 die Fadenspannung (bzw. wenn man den Punkt sich auf einer festen Fläche bewegen ließe, die Reaktion derselben) ein. Bezeichnen wir die Fadenspannung mit R, die Pendellänge mit l, so gilt für die Zeit t

$$\left.\begin{aligned} X_1 - X_1' &= -R\,\frac{x}{l}; \\ Y_1 - Y_1' &= -R\,\frac{y}{l}; \\ Z_1 - Z_1' &= R\,\frac{l-z}{l}; \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (3)$$

hierbei denken wir uns das Pendel in der z-Achse im Abstande z von O aufgehängt. In der Gleichgewichtslage befindet sich demnach der schwingende Massenpunkt in O.

5. Multiplizieren wir behufs Elimination von R die erste und zweite der Gleichungen (1) mit $(l-z)$, die dritte mit x bzw. y und addieren wir bzw. die so erhaltene erste und dritte, sowie zweite und vierte Gleichung, so gelangen wir zu den zwei Gleichungen

$$A = 0 \text{ und } B = 0.$$

Die erste mit y, die zweite mit x multipliziert und beide subtrahiert, liefert

$$\left.\begin{aligned} &y\,x'' - x\,y'' + 2\,(x\,x' + y\,y')\,\omega \sin\varphi \\ &+ 2\,x\,z'\,\omega\cos\varphi + \omega^2 x\,y\cos^2\varphi \\ &- \omega^2\,y\,z\sin\varphi\cos\varphi \\ &= [(\mathfrak{g}_1)_x - (\mathfrak{g})_x]\,y - (\mathfrak{g}_1)_y\,x \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Bezeichnen wir in Fig. 1 OC mit r, Cm mit r_1 und den Winkel, welchen OC mit der Vertikalen Oz bildet, mit α, so folgt aus der Figur

$$(\mathfrak{g}_1)_x = -\,\mathfrak{g}_1\,\frac{x + r\sin\alpha}{r_1};$$

$$(\mathfrak{g}_1)_y = -\,\mathfrak{g}_1\,\frac{y}{r};$$

$$(\mathfrak{g})_x = -\,\mathfrak{g}\sin\alpha;$$

berücksichtigen wir, daß $\mathfrak{g}_1 = \mathfrak{g}\,\frac{r^2}{{r_1}^2}$, so wird die rechte Seite in Gleichung (4)

$$\mathfrak{g}\,\frac{{r_1}^3 - r^3}{{r_1}^3}\,y\sin\alpha.$$

Da $\mathfrak{g}$ als Resultierende von $\mathfrak{g}$ und $\omega^2 b$ in die Richtung von Oz fallen muß, so ist

$$\mathfrak{g}\sin\alpha = \omega^2 b\cos\varphi.$$

Die rechte Seite von (4) wird also

$$\omega^2 b\,\frac{{r_1}^3 - r^3}{{r_1}^3}\,y\cos\varphi < \omega^2\,\frac{{r_1}^3 - r^3}{{r_1}^2}\,y\cos\varphi.$$

Dieser Ausdruck wird für den Pol ($\varphi = 90^0$) gleich Null, für den Äquator übersteigt seine Größenordnung in den weiter unten zu betrachtenden Fällen nicht ein oder zwei Einheiten der 20. Dezimale. Er ist also unbedingt zu vernachlässigen. Gleichung (4) wird demnach zu

$$\left.\begin{aligned} &y\,x'' - x\,y'' + 2\,(x\,x' + y\,y')\,\omega\sin\varphi \\ &+ 2\,x\,z'\,\omega\cos\varphi + \omega^2 x\,y\cos^2\varphi \\ &- \omega^2 y\,z\sin\varphi\cos\varphi = 0 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Die Gleichung (5) legen wir einer Anzahl Betrachtungen zu Grunde, die wir an speziell dimensionierten Pendeln ausführen wollen.

6. Zur Abschätzung der Gewichte der einzelnen Glieder in (5) müssen wir uns zunächst über die Größe der Geschwindigkeit v des Massenpunktes zurechtfinden. Nach dem Prinzipe der lebendigen Kraft ergibt sich

$$\tfrac{1}{2}v^2 = \left\{-gz + \frac{\omega^2}{2}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left[(x\sin\varphi + z\cos\varphi)^2 + y^2\right]\right\}_a^\varepsilon,$$

wo die Grenzen der Elongation ε und der Amplitude a entsprechend zu nehmen sind. In diesem Ausdrucke sind bereits die von den

Unterschieden der Anziehungskräfte im Punkte O und im Punkte x, y, z herrührenden Terme als von zu kleiner Ordnung unterdrückt.

Das Größenverhältnis der beiden Glieder in v ist

$$\frac{\omega^2}{2}\frac{y^2+(x\sin\varphi+z\cos\varphi)^2}{gz} \qquad (6)$$

$(x\sin\varphi + z\cos\varphi)$ wird ein Maximum für

$$tg\,\varphi = \frac{x}{z}.$$

Es wird dann gleich

$$\sqrt{x^2+z^2}.$$

Demnach wird der Ausdruck (6) kleiner oder gleich

$$\frac{\omega^2}{2}\frac{x^2+y^2+z^2}{gz}.$$

Endlich benutzen wir die geometrische Bedingung des Systems (Pendels). Diese ist

$$x^2+y^2+z^2 = 2lz \qquad (7)$$

Mittels (7) wird das Verhältnis (6) kleiner oder gleich

$$\frac{\omega^2 l}{g}.$$

Nun ist

$$\omega = \frac{2\pi}{86164} = 0{,}000\ 072\ 92\,;\ \omega^2 = 0{,}000\ 000\ 005\ 317$$

folglich

$$\frac{\omega^2 l}{g} = 2{,}7\cdot 10^{-9} \text{ bezw. } 5{,}4\cdot 10^{-8} \text{ für } l = 5 \text{ m}$$

bezw. 100 m.

Wir können also schreiben, wenn wir mit h die größte z-Koordinate bezeichnen,

$$v = \sqrt{2g(h-z)}, \qquad (8)$$

um so mehr als wir $h - z$ mindestens gleich 1 mm annehmen werden.

7. Wir wählen nun drei Pendel von 5 m, 50 m und 100 m Länge. Wir erteilen ihnen Amplituden von 2^0 und 10^0, dem ersten Pendel auch eine solche von 20^0. Bezeichnen wir mit h_α die der Amplitude α entsprechende Erhebung des Massenpunktes über die horizontale Ebene, mit a_α die zugehörige horizontale Entfernung von der Vertikalen, so erhalten wir vorstehende Tabelle I.

8. Wir kehren zur Gleichung (5) zurück. Das Verhältnis der von der gewöhnlichen Zentrifugalkraft herrührenden Glieder zu den auf der Coriolisschen Kraft basierenden ist

$$\frac{\omega}{2}\frac{xy\cos^2\varphi - yz\sin\varphi\cos\varphi}{(xx'+yy')\sin\varphi + xz'\cos\varphi} = \left|\begin{array}{l} \\ = \end{array}\right| \frac{\omega}{2}\frac{xy\cos^2\varphi - yz\sin\varphi\cos\varphi}{\varrho\varrho'\sin\varphi + xz'\cos\varphi} \qquad (9)$$

Wenn $x^2+y^2=\varrho^2$. Das Verhältnis (9) wird für $\varphi = 45^0$ zu

$$\frac{\omega}{2\sqrt{2}}\frac{(x-z)y}{\varrho\varrho'+xz'}. \qquad (9a)$$

Fällt die Schwingungsebene mit der Meridianebene zu irgend einer Zeit zusammen, so ist $y = 0$ und daher (9) bezw. (9a) auch gleich null. Es ist dies die gewöhnliche Anfangsstellung beim Foucaultschen Versuch. Steht die Schwingungsebene normal zum Meridian, so ist $x = 0$, $y = \varrho$ und (9a) wird zu

$$\frac{\omega}{2\sqrt{2}}\frac{z}{\varrho'}.$$

Auch dieser Wert ist sehr klein. Von seiner Berechnung möge in Anbetracht des Folgenden abgesehen werden.

Für den ersten Quadranten, also für jenen Teil der x-y-Ebene, für welche die x- und y-Koordinaten ein positives Vorzeichen haben, ist (9a) kleiner als

$$\frac{\omega}{2\sqrt{2}}\frac{xy}{\varrho\varrho'}.$$

Diese Ungleichung bleibt bestehen, solange $x > 0$; für $x < 0$ brauchen wir unsere Berechnungen nicht umzustoßen. Eine kleine Überschlagsrechnung zeigt, daß z. B. für das 5 m lange Pendel bei einer Amplitude von 20^0 dieses Verhältnis höchstens mit ca. 1,8 zu multiplizieren ist. Für kleinere Amplituden und längere Pendel nähert sich dieser Faktor immer mehr der Zahl 1. So gilt für $l = 100$ m und $\alpha = 2^0$ der Faktor 1,06. [Der wesentliche Vorteil langer Pendel liegt in dem Herausfallen des mit z' — sowie selbstredend des mit z — behafteten Gliedes in (5). Dies führt — wie unten gezeigt werden soll — nach Vernachlässigung des von ω^2 abhängigen Gliedes zum sogen. sinus-Gesetz.]

Der maximale Wert von xy ist

$$\frac{\varrho^2}{2};$$

damit nimmt das Verhältnis den Wert an

Tabelle I.

l	a_2	h_2	a_{10}	h_{10}	a_{20}	h_{20}
5 m	0,1745 m	0,0030 m	0,8682 m	0,0760 m	1,7100 m	0,3015 m
50	1,7450	0,0305	8,6825	0,7596	—	—
100	3,4900	0,0609	17,3648	1,5192	—	—

$$\frac{\omega}{4\sqrt{2}}\frac{\varrho}{\varrho'} = 1{,}289 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\varrho}{\varrho'}. \qquad (9b)$$

Um den absoluten Wert von ϱ' zu bestimmen, bezeichnen wir mit ε den Elongationswinkel zur Zeit t und mit ϑ den kleineren der zwei Winkel, welchen die augenblickliche Bewegungsrichtung der Horizontalprojektion des Massenpunktes mit der Richtung von ϱ einschließt. Dann ist

$$\varrho' = v\frac{\cos\varepsilon\cos\vartheta}{\sqrt{1-\sin^2\vartheta\sin^2\varepsilon}} > v\cos\varepsilon\cos\vartheta = \sqrt{2g(h-z)}\cos\varepsilon\cos\vartheta.$$

Aus (9b) wird

$$\frac{1{,}289\cdot 10^{-5}}{\sqrt{2g}\cos\varepsilon}\cdot\frac{\varrho}{\sqrt{h-z}\cos\vartheta} = \left.\begin{matrix}2{,}91\\2{,}96\\3{,}09\end{matrix}\right\}\cdot 10^{-6}\frac{\varrho}{\sqrt{h-z}\cos} \qquad (9c)$$

für bezw. $\varepsilon = 2^0$, 10^0 und 20^0.

Wann wird das Verhältnis (9c) gleich 1?, d. h. wann werden die von beiden Kräften, der Zentrifugalkraft und der Coriolisschen Kraft, in (5) herrührenden Ausdrücke einander gleich? [1]) Wir setzen $\vartheta = 89^0$, ein gewiß nicht zu kleiner, sondern ein zu großer Wert. Tabelle II gibt die zu durchfallenden Höhen, die erforderlich sind, um die Coriolissche Kraft der Zentrifugalkraft an Größe gleichwerden zu lassen.

Tabelle II.

$\vartheta = 89^0$.

l	$h-z$ in m		
	2^0	10^0	20^0
5 m	$8{,}4\cdot 10^{-10}$	$2{,}3\cdot 10^{-8}$	$9{,}6\cdot 10^{-8}$
50	$8{,}4\cdot 10^{-9}$	$2{,}3\cdot 10^{-6}$	—
100	$3{,}4\cdot 10^{-7}$	$9{,}0\cdot 10^{-6}$	—

Daß in den Umkehrpunkten selbst, wo $\vartheta = 90^0$, die von der Coriolisschen Kraft herrührenden Ausdrücke verschwinden, hat bislang niemand in Abrede gestellt. Trotzdem kann der Zentrifugalkraft nur die Bedeutung einer sekundären störenden Kraft zugewiesen werden, wie es bisher auch immer geschehen ist. Einerseits tritt der Wert $\vartheta = 90^0$ nur auf einem äußerst kleinen Stückchen der Bahnkurve auf; es hat die Horizontalprojektion derselben in den Umkehrpunkten eher ein spitzes als ein abgeflachtes Aussehen, andererseits kann man aus Tabelle II entnehmen, in welch kleiner Entfernung von der äußersten Lage die Coriolissche Kraft schon derart angewachsen ist, daß sie an Größe der Zentrifugalkraft gleich wird. [Dabei haben wir in der Tabelle II für ε den der Amplitude entsprechenden Wert eingesetzt, in Wirklichkeit wäre für ε ein etwas kleinerer, also für $\cos\varepsilon$ ein etwas größerer Wert zu gebrauchen. Ebenso wurde für ϱ der der Amplitude entsprechende Wert benützt. Es geschah dies der größeren Einfachheit halber. Die wahren Werte würden eine allerdings kleine Verringerung der Zahlen hervorbringen.]

9. Aus (9b) wird mit $\varrho = l\sin\varepsilon$

$$\frac{1{,}289\cdot 10^{-5}}{\sqrt{2g}}\,l\,\frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{\sqrt{h-z}\cos\vartheta} \qquad (9d)$$

für $g = 9{,}806$ und $\vartheta = 89^0$ ergibt sich das Verhältnis (9d) aus Tabelle III.

Tabelle III.

α	$l = 5$ m	$l = 50$ m	$l = 100$ m	
2^0	unmöglich	$2{,}39\cdot 10^{-3}$	$5{,}32\cdot 10^{-3}$	$h-z =$
10^0	$1{,}37\cdot 10^{-3}$	$1{,}46\cdot 10^{-2}$	$2{,}93\cdot 10^{-2}$	1 cm
20^0	$2{,}98\cdot 10^{-3}$	—	—	
2^0	$7.55\cdot 10^{-4}$	$9{,}06\cdot 10^{-3}$	$1{,}83\cdot 10^{-2}$	$h-z =$
10^0	$4{,}62\cdot 10^{-3}$	$4{,}65\cdot 10^{-2}$	$9{,}30\cdot 10^{-2}$	1 mm
20^0	$9{,}58\cdot 10^{-3}$	—	—	

Die den Amplituden von 2^0, 10^0, 20^0 bei den drei Pendeln bezw. entsprechenden Werte der Elongation ε können aus Tabelle IV entnommen werden.

Tabelle IV.

α	$l = 5$ m	$l = 50$ m	$l = 100$ m
2^0	unmöglich	$1^0\,38'\,21''$	$1^0\,49'\,42''$
10^0	$9^0\,19'\,1''$	$9^0\,56'\,2''$	$9^0\,58'\,1''$
20^0	$19^0\,39'\,44''$	—	—
2^0	$1^0\,38'\,21''$	$1^0\,58'\,1''$	$1^0\,59'\,2''$
10^0	$9^0\,56'\,2''$	$9^0\,59'\,36''$	$9^0\,59'\,48''$
20^0	$19^0\,57'\,59''$	—	—

Es ist $\cos\vartheta = \sin(90^0 - \vartheta)$, speziell $\cos 89^0 = \sin 1^0$. Infolge der Proportionalität des sin kleiner Winkel mit dem Bogen, sinkt daher das Verhältnis (9d), wenn ϑ die Werte 88^0, 87^0, ... bis 80^0 annimmt, auf die Hälfte, ein Drittel .... bis nahezu auf $^1/_{10}$. In Wirklichkeit dürften nun für ϑ diese kleineren Werte, wenn nicht noch kleinere, zu setzen sein. [1]) Auch eine Annäherung der Schwingungsebene an die Meridianebene oder an die zur letzteren senkrechte Ebene vermindert die Verhältnisse in Tabelle III. Hieraus ist wohl zu erkennen, daß bei der begrenzten Genauigkeit, mit welcher beim Foucaultschen Versuch gerechnet wer-

1) A. Denizot, diese Zeitschr. **6**, 678, 1905.

1) Es sei vergleichsweise bemerkt, daß bei den im Oktober 1903 in Wien angestellten Versuchen die Amplitude nach einstündiger Schwingung 3,8 m und die seitliche Abweichung von der Ruhelage 8,2 cm betrug. Der Krümmungsradius an den Umkehrstellen war ein sehr kleiner. Ich verdanke diese und alle weiteren Angaben über die Wiener Versuche Herrn Ing. Pozděna, sowie Herrn Hofrat Dr. Pernter. Es sei mir gestattet, beiden Herren für ihr äußerst liebenswürdiges Entgegenkommen auch an dieser Stelle meinen ergebenen Dank auszusprechen.

den kann, schon in unmittelbarster Nähe der Umkehrpunkte die störenden Einflüsse der Zentrifugalkraft zu vernachlässigen sind. Nie und nimmer können aber die Wirkungen der Zentrifugalkraft als die wesentlichen und die der Coriolisschen Kraft als die störenden angesehen werden.

Es erübrigt noch, die absolute Größe der beiden von den verschiedenen Kräften herrührenden Glieder anzugeben. Wir ziehen — wie oben — die zwei Terme heran: $2\varrho \cdot \varrho' \omega \sin 45^0$ und $\omega^2 xy \cos^2 45$. Es genügt natürlich die Berechnung des ersten Ausdrucks, da das Verhältnis beider in Tabelle III gegeben ist. Nun ist

$$\frac{2\omega}{\sqrt{2}} \varrho' l \sin \varepsilon = \frac{2\omega}{\sqrt{2}} l \sqrt{2g(h-z)} \cdot \frac{\sin \varepsilon \cos \varepsilon \cos \vartheta}{\sqrt{1 - \sin^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon}}$$

ist nahezu gleich

$$\frac{2\omega}{\sqrt{2}} l \sqrt{2g(h-z)} \sin \varepsilon \cos \vartheta.$$

Für $h - z = 1$ cm bezw. 1 mm folgt mit Berücksichtigung der Tabelle IV die Tabelle V.

Tabelle V.

$\vartheta = 89^0$.

α	$l = 5$ m	$l = 50$ m	$l = 100$ m	
2^0	unmöglich	0,000 001 140 2,7	0,000 002 543 13,5	$h - z = 1$ cm
10^0	0,000 000 645 0,9	0, 6 875 100	0, 13 795 404	
20^0	0, 1 341 4	—	—	
2^0	0,000 000 036 0,0	0,000 000 433 3,9	0,000 000 873 16,0	$h - z = 1$ mm
10^0	0, 217 1,0	0, 2 187 102	0, 4 375 407	
20^0	0, 430 4,1	—	—	

Die oberen Zahlen entsprechen dem von ω, die unteren dem von ω^2 abhängigen Gliede. Wäre aber $\vartheta = 80^0$, so würden jene nahezu zehnmal größer, diese aber gleich bleiben. Tabelle Va zeigt dies für das 100 m lange Pendel.[1])

1) Hierbei ist zu bedenken, daß das 100 m lange Pendel bei einer Amplitude von 10^0 für $\vartheta = 89^0$ bzw. 80^0 Wegstrecken durchlaufen müßte, die größer als folgende Zahlen sind:

ϑ	$h - z = 1$ cm	$h - z = 1$ mm
89^0	1,14 m	0,242 m
80^0	0,31 m	0,032 m

Tabelle Va.

$\vartheta = 80^0$, $l = 100$ m.

$h - z$	$\alpha = 2^0$	$\alpha = 10^0$
1 cm	0,000 025 4.. 14	0,000 137 9.. 4..
1 mm	0, 87.. 16	0, 437.. 4..

Diese Zahlen sprechen.

Um eine Vorstellung von der faktischen Größe der Beschleunigung zu erhalten, nehmen wir an, die Schwingung fände im Meridian oder nahezu in demselben statt. y ist alsdann Null oder sehr klein. Dann ist $\ddot{y}$ nach Gleichung (5) fast den in den Tabellen V und Va für die Coriolisschen Kräfte gegebenen Zahlen gleich dividiert durch $l \sin \varepsilon$. Wir erhalten für diese Beschleunigung die von l völlig und von ε beinahe unabhängigen Werte

$8 \cdot 10^{-5}$ cm sec^{-2} bezw. $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm sec^{-2}
für $h - z = 1$ cm bezw. $= 1$ mm.

10. Es sei hervorgehoben, daß das von der Coriolisschen Kraft herrührende Glied in (5) nicht nur in den Umkehrpunkten, sondern auch in den der Gleichgewichtslage nächsten Orten verschwindet. In diesen ist $\varrho' = 0$, $\vartheta = 90^0$ und $z' = 0$. Vernachlässigen wir — wegen seiner außerordentlichen Kleinheit — das von $\omega^2 z$ abhängige Glied, so bleibt in (5) noch das sehr kleine Glied $\omega^2 xy \cos^2 \varphi$, dem aber wieder nur die Bedeutung einer störenden Kraft zugeschrieben werden kann.

Was die Größenverhältnisse der einzelnen Glieder in diesen Punkten anbelangt, so hätte sich eine diesbezügliche Untersuchung genau an die in §§ 8 und 9 durchgeführte anzuschließen. Es gilt bei Vernachlässigung der sehr kleinen von z und z' abhängigen Glieder das Verhältnis (9d). Nur sind für ε kleinere Werte und für $\sqrt{h - z}$ ist nahezu $\sqrt{h}$ einzusetzen. Es werden daher die Werte der Verhältnisse für beispielsweise $\vartheta = 89^0$ bedeutend kleiner sein als die in Tabelle III gegebenen.

11. Für andere geograph. Breiten sind die Zahlen in Tabelle III mit

$$\frac{\sqrt{2} \cdot \cos^2 \varphi}{\sin \varphi}$$

und die in Tabelle V für die Coriolisschen Kräfte gegebenen Werte mit $\sqrt{2} \cdot \sin \varphi$ zu multiplizieren. So werden für $\varphi = 30^0$ bezw. $= 60^0$ die Verhältnisse 2,4 bezw. 0,41 mal so groß und die Coriolisschen Ausdrücke 0,71 bezw. 1,22 mal so groß.

12. Für den Pol, d. i. für $\varphi = 90^0$, wird die Gleichung (5)

$$y x'' - x y'' + 2(x x' + y y')\omega = 0.$$

Der Einfluß der Zentrifugalkraft entfällt ganz. Wir kommen hierauf nochmals zurück.

Für den Äquator, d. i. für $\varphi = 0$, wird die Gleichung (5)

$$y x'' - x y'' + 2 x z' \omega + \omega^2 x y = 0.$$

Dieses Resultat überrascht nicht, wenn man bedenkt, daß die zwei letzten Glieder sehr klein sind; sie rühren davon her, daß das Pendel bei seinem Hin- und Hergange den Äquator verläßt und auf die nördliche bezw. südliche Hemisphäre übergreift. Nur wenn für $t = 0$ auch $x = 0$, also die Pendelebene anfangs mit der Äquatorebene zusammenfällt, wird $x'' = 0$, d. h. jene Ebene dreht sich nicht. Dieselben Schlüsse hätte man direkt aus den Gleichungen (1) ziehen können.

Zur praktischen Bestimmung des Einflusses der Zentrifugalkraft auf die Drehung der Schwingungsebene, welcher Einfluß nach der für den Äquator gegebenen Gleichung sich dort völlig geltend machen kann, wäre es von Interesse, den Foucaultschen Versuch auf dem Äquator oder in dessen Nähe anzustellen.

13. Nach all dem Gesagten werde ich in der Ansicht bestärkt, daß man — wie bisher geschehen — in (5) die Glieder der Größenordnung ω^2 vernachlässigen könne. Hierbei wollen wir z' als von der Ordnung ω ansehen. Alsdann wird aus (5):

$$y x'' - x y'' + 2 (x x' + y y') \omega \sin \varphi = 0. \quad (10)$$

Bei der Benutzung von Polarkoordinaten erkennt man leicht, daß die Bewegung des Massenpunktes als eine von der Rotation der Erde nicht behelligte aufgefaßt werden kann, wenn man die Bezugsachsen mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega \sin \varphi$ im positiven Drehungssinn (von Süden nach Westen) um die z-Achse sich drehen läßt. Dies ist das bekannte Sinusgesetz. In bezug auf die sich gegen die Erde bewegenden Achsen ist also

$$y x'' - x y'' = 0. \quad (11)$$

Die Gleichung (11) führt im allgemeinen auf eine Ellipse. Es ist dies das Theorem von Binet.[1])

14. Auch die Gleichungen (1) können natürlich zur Bestimmung der Größenordnung der von der gewöhnlichen und der von der zusammengesetzten Zentrifugalkraft herrührenden Glieder benutzt werden. Die der ersten Kraft entsprechenden Ausdrücke in der ersten und zweiten Gleichung von (1) sind höchstens $a\omega^2$ und $a\omega^2 \sin^2 \varphi$ [bei Vernachlässigung von $z\omega^2 \sin \varphi \cos \varphi$]. a ist aus Tabelle I zu entnehmen. Wir gelangen für $a\omega^2$ zu Brüchen, die kleiner als eine Einheit an der 9. bis 7. Dezimale sind.

Bezeichnen wir mit τ den Winkel, welcher die Tangente an die Horizontalprojektion der Pendelbahn mit der x-Achse einschließt, so ist

$$y' > v \cos \alpha \sin \tau \quad \text{und} \quad x' > v \cos \alpha \cos \tau.$$

Durchfällt das Pendel wieder eine Strecke $h - z = 1$ cm bezw. 1 mm, so sind — für $\varphi = 90^0$ — die Coriolisschen Beschleunigungen in der ersten und zweiten Gleichung von (1) ihrer absoluten Größe nach

$$6{,}1 \text{ bis } 6{,}6 \cdot 10^{-5} \begin{cases} \sin \tau \\ \cos \tau \end{cases} \text{ bezw.}$$

$$2{,}10^{-5} \begin{cases} \sin \tau \\ \cos \tau \end{cases} \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}.$$

Der Koeffizient 6,1 bis 6,6 variiert mit der Amplitude. [Das von z' abhängige Glied vernachlässigen wir, auch wenn φ nicht gleich 90^0.] Für $\tau = 1^0$ erhalten wir

$$\left.\begin{matrix} 1{,}10^{-6} \\ 6{,}10^{-5} \end{matrix}\right\} \text{ bezw. } \left.\begin{matrix} 3{,}5 \cdot 10^{-7} \\ 2 \cdot 10^{-5} \end{matrix}\right\} \text{ m sec}^{-2}.$$

Es sind dies Werte, welche die größtmöglichen Werte von $\omega^2 x$ und $\omega^2 y$ noch immer und zum Teil um Beträchtliches überragen.

Selbstredend stimmen die oberen Werte — auf $\varphi = 45^0$ reduziert — mit den in § 9 berechneten Werten der Beschleunigung überein.

15. Herr Denizot wendet sich gegen eine von mir seinerzeit gegebene Figur. Es handelte sich mir jedoch damals darum, die Möglichkeit einer gleichmäßig im selben Sinne erfolgenden Drehung der Pendelebene durch den Einfluß der Coriolisschen Kraft zu zeigen, welche Möglichkeit Herr Denizot[1]) infolge deren Zeichenwechsel bestritt. Auch in seiner letzten Abhandlung befindet sich auf Seite 679 ein diesbezüglicher Zweifel. Daß eben erst durch den steten Wechsel des Vorzeichens mit dem der Geschwindigkeit die Coriolissche Kraft im-

1) Binet, C. R. **32**, 197, 1851. Binet, Liouvilles Journal **XVIII**, 231, 1853. Man vrgl. ferner Fig. 4 in L. Tesař, a. a. O. Aus derselben läßt sich bei gleichmäßiger Drehung durch punktweise Konstruktion die Horizontalprojektion der vom Pendel beschriebenen Kurve ableiten.

1) Diese Zeitschr. **6**, 344, 1905.

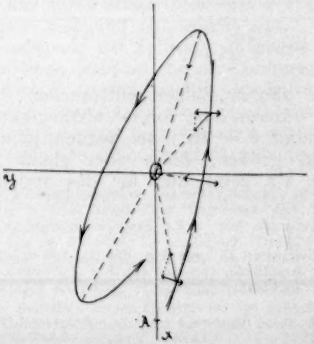


Fig. 2.

stande ist, die Schwingungsebene zu drehen, glaube ich in meiner früheren Arbeit genugsam erörtert zu haben. Um nun jenen Umstand recht herauszustreichen, wurde die dortige Figur 3 durch Nichtaufnahme der Fadenspannung im großen Maße verzerrt. Indessen gebe ich gerne die Skizze als unvollständig preis, ohne darum von meinem Standpunkte abzuweichen. Beistehende Figur 2 ist mit Rücksicht auf die Reaktion im Faden gezeichnet. [In den Gleichungen (1) ist R von der Größenordnung von g.] Durch die auf der Tangente senkrecht stehende Coriolissche Kraft wird die Zentripetalbeschleunigung und dadurch auch die Krümmung der Bahn verkleinert. Die Schwingungsebene muß also nach rechts ausweichen. Mit dem Abnehmen der Coriolisschen Kraft und dem Wachsen der Spannungskomponente

$$R\frac{\varrho}{l}$$

gegen die Umkehrpunkte hängt die stärkere Krümmung an diesen zusammen. Auf genaue quantitative Ausführung macht natürlich Fig. 2 keinen Anspruch. Wie die tatsächlichen Verhältnisse im Punkte A sind, jenem Punkte, von welchem das Pendel seine Schwingung beginnt, konnte ich leider nicht erfahren. Meiner Meinung nach müßte die Bahn dort die ursprüngliche Schwingungsrichtung tangieren. Bei dieser Gelegenheit sei übrigens bemerkt, daß derartige Details wesentlich von dem Luftwiderstande, der größeren oder kleineren Vollkommenheit der Aufhängevorrichtung, sowie dem Gewichte und der Steifheit des Fadens bedingt sind. Ich schätze diese Einflüsse im Durchschnitt mindestens von der Größenordnung der mit ω^2 behafteten Glieder. Auf diese bereits mehr oder minder behandelten Fehlerquellen an anderer Stelle zurückzukommen, behalte ich mir vor. Tatsächlich stellen sich erhebliche Schwierigkeiten ein, wenn man genaue Messungen vornehmen will. [1])

Auf Fig. 2 gelangt man auch durch die gleichmäßige Drehung einer vom Pendel beschriebenen Ellipse. [2])

Im übrigen stellt (11) auch die Gleichung einer durch den Ursprung gehenden Geraden vor. Bei gleichmäßiger Drehung derselben gelangt man durch punktweise Konstruktion auf Fig. 3. Der erste Teil AO ist gestrichelt, weil er eine rein mathematische Bedeutung hat; denn weder die Coriolissche Kraft noch die Zentrifugalkraft könnte dieses Bahnstück verursachen. Die Verwirklichung von Figur 3 erfordert eine besonders vollkommen konstruierte Aufhängevorrichtung, wie dies bei den Wiener Versuchen, dank den Bemühungen des Herrn Pozděna, der Fall war. Bei diesen gingen während beiläufig einer Viertelstunde die Schwingungen durch die Lotlage. Der Durchmesser der Bahn war 12 m, die Breite einer Schlinge kleiner als 1 cm. Mit der Zeit bildeten sich ellipsenartige Schwingungen wie in Fig. 2 aus. Natürlich wurden selbe im entgegengesetzten Sinne durchlaufen.

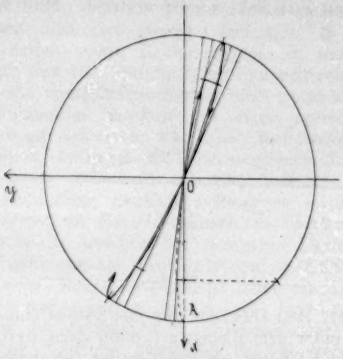


Fig. 3.

16. Gegen die augenblickliche Zentrifugalkraft als Ursache der gleichmäßigen Drehung der Schwingungsebene läßt sich noch ein gewichtiges Bedenken erheben. Für den Pol, d. i. $\varphi = 90^0$, werden die Gleichungen (1) bei Vernachlässigung der Coriolisschen Beschleunigungen

$$x'' = \omega^2 x + X_1 \; ; \quad y'' = \omega^2 y + Y_1.$$

Vernachlässigen wir wie früher gewisse sehr kleine Größen in X_1 und Y_1 so folgt

$$y x'' - x y'' = 0$$

für ein mit der Erde fest verbundenes Achsensystem! d. h. auf dem Pole dreht sich die Schwingungsebene gar nicht! Es folgte dies bereits aus Gleichung (5).

Für andere Orte trifft dieser Vorwurf nicht völlig zu, weil die Zentrifugalkraft nicht mehr durch den Ursprung geht. Aber diese Kraft ändert, als nur von den Koordinaten abhängig, ihre Richtung und Größe nahezu nicht, wenn das Pendel zwei nicht weit voneinander entfernte Punkte passiert: sie muß also dem Pendel bei einem Hin- und Hergang Abweichungen nach derselben Seite erteilen. Daraus ginge hervor, daß beispielsweise die Bahn durch Wirkung der Zentrifugalkraft während des Hinweges mehr gestreckt und dadurch die Schwingungsebene nach rechts etwa gedreht werden würde, daß aber beim Rückwege eine stärkere Krümmung der Bahn und eine Drehung der

1) Routh, Die Dynamik der Systeme starrer Körper, II, 31, 1898.
2) Siehe § 13, Anmerkung 1.

Ebene nach links wieder eintrete. Man vergl. Fig. 4.

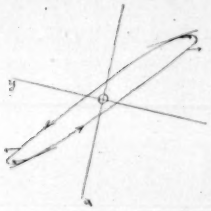


Fig. 4.

17. Herr Denizot gibt als Radius eines am Pol unter dem alleinigen Einfluß der Coriolisschen Kraft mit gleichbleibender Geschwindigkeit c beschriebenen Kreises das bekannte Resultat

$$\frac{2\omega}{c}.$$

Dies steht aber mit dem Foucaultschen Pendel in gar keinem Zusammenhange, denn bei diesem wirkt als die die Krümmung wesentlich gestaltende Kraft nicht die Coriolissche Kraft, sondern die Reaktion des Fadens. Die Coriolissche Kraft wird bloß gemäß Fig. 2 die Krümmung in erster Ordnung mehr oder minder beeinflussen, die Zentrifugalkraft in zweiter Ordnung. Hierbei sehen wir von den sonstigen Fehlerquellen ab.

Herr Denizot zitiert Poisson. Bei aller Hochachtung vor dem großen Mathematiker entbehrt aber der Ausspruch Poissons über die Drehung der Schwingungsebene jeder größeren Bedeutung. Denn derselbe beschäftigte sich erstens in der angegebenen Arbeit[1]) mit diesem Gegenstande nur nebenbei und zweitens hätte er das Foucaultsche Experiment voraussagen müssen, denn dieses fand erst vierzehn Jahre später statt. [Hierbei sehen wir von den übrigens erst nachträglich allgemeiner bekannt gewordenen Andeutungen über die Drehung der Pendelebene ab, die sich in den Schriften der Florentiner Akademie del Cimento vorfinden.] Poisson, welcher ebenfalls die Glieder von der Ordnung ω^2 vernachlässigt, leugnet überhaupt eine Drehung der Schwingungsebene. So hat denn gerade diese Stelle eine Woche nach der Mitteilung des Foucaultschen Versuchs in der Pariser Akademie ihre Widerlegung durch Binet[2]) gefunden: Cette conclusion paraît contraire aux expériences de M. Foucault; mais le passage que je viens de citer permet un doute: Poisson ne rapporte pas le calcul de la force dont il parle, et d'ailleurs il n'est pas suffisant d'avoir reconnu qu'une force pertubatrice est très-petite pour conclure qu'elle ne produira qu'un effet insensible après un grand nombre d'oscillations.

18. Herr Denizot erhebt „Bedenken" gegen meine mathematische Behandlung der Gleichung

$$x'' = -n^2 x.$$

Nun, ich kann Herrn Denizot verraten, daß diese Behandlung in allen bislang erschienenen und mir bekannten Abhandlungen und Lehrbüchern, die sich mit der Gleichung beschäftigen, gang und gäbe ist. Ich befinde mich also da in bester Gesellschaft. Was diese Auflösung mit dem Perpetuum mobile zu tun hat, ist mir unerfindlich. Es ist ja die bekannte Differentialgleichung des einfachen Pendels, aus welcher für die Schwingungsdauer wie angegeben

$$\frac{2\pi}{n}$$

folgt.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich zu einer anderen, allerdings nicht an mich gerichteten Bemerkung von Herrn Denizot Stellung nehmen.[1]) Auch ich bin der Ansicht, daß das ruhende Pendel ein Spezialfall des bebewegten ist, und daß die Differentialgleichung für dieses auch für jenes Geltung haben müsse. Ich pflichte demnach in dieser Hinsicht völlig Herrn Rudzki bei. Es ist doch eine bekannte Tatsache, daß die Statik als Spezialfall der Dynamik aufgefaßt werden könne. Setzt man in den von mir gegebenen Gleichungen (1) die Koordinaten, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen gleich null, so folgt $X_1 = 0$, $Y_1 = 0$, $Z_1 - g = 0$, die bekannten Gleichungen der Statik. Z_1 ist — wie aus Früherem leicht abzuleiten — gleich der Fadenspannung R.

Ich will mich auf eine Kritik der durch Herrn Denizot gegebenen Gleichungen nicht einlassen. Die von Herrn Rudzki in dieser Zeitschrift[2]) zitierten decken sich indessen mit den Poissonschen durchaus nicht; und ich muß mich gegen die Behauptung des Herrn Denizot verwahren, meine Gleichungen stimmen ebenso wie die seinigen „im wesentlichen mit den Poissonschen Gleichungen überein".

19. Zum Schlusse gebraucht Herr Denizot hochtönende Worte. Es liegt mir fern, meinerseits mit solchen einer Diskussion auf die Beine helfen zu wollen; aber Herr Denizot kann überzeugt sein, daß ich als einer der ersten stets bereit sein werde, mich vor wissenschaftlichen Gründen zu beugen: mir steht die

1) Poisson, a. a. O. 24.
2) Binet, C. R. **32**, 157, 1851.

1) A. Denizot, diese Zeitschr. **6**, 745, 1905.
2) M. P. Rudzki, diese Zeitschr. **6**, 679, 1905.

Naturerscheinung höher als die Hypothese.

Ölmütz, 11. November 1905.

(Eingegangen am 14. November 1905.)

Ein neuer Typus optisch zweiachsiger Kristalle.

Von Ernst Sommerfeldt.

Unter einigen von Dr. Federlin im Tübinger chemischen Laboratorium hergestellten Substanzen befindet sich ein mit interessanten optischen Eigenschaften ausgestatteter Stoff, welcher das von W. Voigt theoretisch erörterte und experimentell am Turmalin vergebens gesuchte optisch-dissymmetrische Verhalten hemimorpher Kristalle [1]) in deutlichster Weise erkennen läßt. Die außergewöhnlichen optischen Eigenschaften treten bei Beobachtungen im konvergenten polarisierten Licht an den Interferenzerscheinungen zwischen gekreuzten Nicols bei der als Polymerisationsprodukt des Mesityloxydoxalsäuremethylesters bezeichneten Verbindung auf.

Es kristallisiert dieser Stoff, welchem die chemische Zusammensetzung $C_9H_{12}O_4$ zukommt, in derjenigen kristallographischen Symmetriegruppe, welche nur eine einzige Symmetrieebene besitzt und als monokline Hemiedrie bezeichnet wird, obgleich sie hinsichtlich der zu erwartenden optischen Eigenschaften sich den Hemimorphien anreiht, denn sie läßt wie diese zwar azentrische, aber nicht etwa gewendete Formen zu, gestattet also nicht, wie es die durch enantiomorphe Formen gekennzeichneten Gruppen tun, eine Drehung der Ebene des polarisierten Lichtes. Nachdem vor einigen Jahren [2]) das vom holoedrischen abweichende optische Verhalten einiger monoklin hemimorpher Substanzen nachgewiesen ist, erscheint mir die Erkennung anderer Abweichungen bei den monoklin hemiedrischen Kristallen als nicht ganz unerheblich.

Die geometrischen Formen der $C_9H_{12}O_4$-Kristalle habe ich eingehend untersucht und werde dieselben demnächst im neuen Jahrbuch für Mineralogie beschreiben; hier sei nur erwähnt, daß die Kristalle niemals größer als 2 Millimeter gewachsen und nach einer zur Symmetrieebene senkrechten Fläche meist tafelig ausgebildet waren.

Unter dem Polarisationsmikroskop ließ sich beim Hindurchblicken durch dieses vorherrschende Flächenpaar erkennen, daß die Ebene der optischen Achsen parallel der Symmetrieebene liegt, daß die Dispersion der optischen Achsen also eine geneigte sein muß. In der Tat ließen schon Beobachtungen im weißen Lichte den stets innerhalb der Symmetrieebene aber für verschiedene Farben nicht genau übereinstimmenden Austritt der einen optischen Achse am äußersten Rande des Gesichtsfeldes erkennen, während die andere optische Achse ein wenig außerhalb des Gesichtsfeldes lag. Um auch diese deutlich sichtbar zu machen, erwies sich der Kondensor nach ten Siethoff [1]) als nützlich, welcher bei geeigneter Drehung der Halbkugellinse und Einbettung des Kriställchens in Monobromnaphtalin über die Lage dieser Achse keinen Zweifel ließ. Das Eigenartige des beobachteten Interferenzbildes trat nun im *Na*-Licht besonders deutlich hervor: Es sind in der ersten Hauptlage nicht wie bei gewöhnlichen zweiachsigen Kristallen zwei sich rechtwinkelig schneidende dunkle Balken vorhanden, sondern nur derjenige, welcher die beiden optischen Achsen miteinander verbindet, ist vorhanden, also der in der Symmetrieebene gelegene, während der darauf senkrechte verschwunden ist. Wird das Präparat aus der ersten Hauptlage ein wenig herausgedreht, so nähert sich das Aussehen des Interferenzbildes mehr demjenigen, welches in analoger Stellung bei gewöhnlichen zweiachsigen Kristallen zu erwarten wäre, indem die Balken eine entsprechende Krümmung annehmen, aber am Rande des Gesichtsfeldes anfangs noch sehr verwaschen sind, und (solange der Drehungswinkel klein bleibt) überdies durchbrochen, d. h. gestrichelten Linien vergleichbar sind. Die Symmetrie in bezug auf einen zur Trace der kristallographischen Symmetrieebene senkrechten Durchmesser des Gesichtsfeldes erscheint in diesen Zwischenstellungen durch die Verteilung der dunklen Balken gestört; in der Tat ist diese Linie ja zwar in der monoklinen Holoedrie, aber nicht hier Symmetrieachse; sobald wir überhaupt eine optische Verschiedenheit beider Gruppen für theoretisch möglich erklären, darf daher diese bisher freilich im einfarbigen Licht noch nie beobachtete Dissymmetrie nicht wundernehmen. In der zweiten Hauptlage (Diagonalstellung) ist keine Abweichung vom gewöhnlichen Verhalten sichtbar, die dunklen Balken haben die Gestalt gleichseitiger Hyperbeln angenommen.

Wegen der Kleinheit der Kristalle erwiesen sich andere als mikroskopische Messungen nicht durchführbar, jedoch beabsichtige ich die anderen Repräsentanten der gleichen Kristallgruppe in bezug auf diese mit der Symmetrie offenbar engstens verknüpften Eigenschaften zu

1) W. Voigt, Ann. d. Physik **18**, 645—694, 1905.

2) Vgl. H. C. Pocklington, Untersuchungen an Rohrzucker. Phil. Mag. (6) **2**, 361, 1901.

1) ten Siethoff, Centralbl. f. Min., Geol. u. Paläont. 1903.

untersuchen; da besonders das Mineral Skolezit, ferner Kaliumtetrathionat und Paratoluidoisobuttersäureäthylester in diese übrigens nicht häufige Symmetriegruppe gehören, so wäre bei ihnen ein analoges Verhalten nicht ausgeschlossen.

Da Kristallzwillinge abnorme und mit den soeben beschriebenen bisweilen eine oberflächliche Ähnlichkeit besitzende Interferenzerscheinungen ergeben, wurde die Möglichkeit von Zwillingsbildungen genau untersucht; jedoch erwiesen sich die Kristalle stets als vollkommen homogen und es war kein Anzeichen für das Zustandekommen von Zwillingen nachweisbar, auch waren beim Bewegen des Kreuzschlittentisches keinerlei Veränderungen im Interferenzbild wahrnehmbar, wie sie beim Vorhandensein selbst submikroskopischer Zwillingslamellen einzutreten pflegen.

(Eingegangen 25. Januar 1906.)

Clausius und das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Wärmetönung.

Von K. von Wesendonk.

In Winkelmanns Handbuch der Physik II. Auflage, Bd. IV, S. 794/95 wird die ältere Theorie erörtert, wonach die elektromotorische Kraft durch die Wärmetönung des chemischen Prozesses gemessen wird und dann bemerkt, daß auch Clausius diese Ansicht adoptiert habe. Wenn man aber die zitierte Stelle (Abhandlungen zur mechanischen Wärmetheorie II, S. 222—225) nachschlägt, so kommt man doch wohl zu einer etwas anderen Auffassung. Es heißt da nämlich in einer 1866 datierten Bemerkung: Wenn ein elektrischer Strom durch eine Voltasche Säule hervorgebracht wird, so findet in dieser eine chemische Aktion statt, welche nicht unmittelbar die Wärme entwickelt, welche sie entwickeln könnte, wenn sie unter anderen Umständen stattfände. Diejenige bei dieser Aktion von den molekularen Kräften geleistete Arbeit, welche anstatt unmittelbar Wärme zu erzeugen, den elektrischen Strom hervorruft, möge kurz die verbrauchte Arbeit genannt werden. Diese sei dann gleich der im ganzen Leitungswiderstand der Schließung erzeugten Jouleschen Wärme, sofern der Strom keine äußeren Wirkungen hervorbringt. Wird in einer galvanischen Säule die Zinkmenge Z aufgelöst, so setzt Clausius die verbrauchte Arbeit gleich eZ und bemerkt nur dazu, daß diese Arbeitsgröße e je nach den Elementen ungleich sei, nirgends aber wird eine Beziehung zur Wärmetönung eingeführt. Die betreffende Notiz ist eher geeignet, den Leser gegenüber der Annahme der Gleichheit von elektromotorischer Kraft und Wärmetönung stutzig zu machen, als ob Clausius sie nicht gebilligt hätte. Leider hat er sich nicht näher über diese Verhältnisse ausgesprochen, obwohl er, wie bekannt, darauf hingewiesen, daß galvanische Elemente unter Umständen wohl der thermodynamischen Behandlung nach dem zweiten Hauptsatze zugänglich sein dürften.[1])

1) Abhandl. I, S. 269—270.

(Eingegangen 12. Dezember 1905.)

Berichtigung.

In meiner Mitteilung „Über einen neuen Apparat zur Bestimmung der Radioaktivität von Thermalquellen" (diese Zeitschr. **6**, 700, 1905) ist in den Angaben der Dimensionen des dort beschriebenen Apparates zur Bestimmung der Radioaktivität von Thermalquellen eine unrichtige Angabe. S. 701 rechts Zeile 7 von oben muß es heißen: 0,4 cm Radius statt Durchmesser, wie dies im französischen Original des Vortrages in den Arch. des sc. phys. et nat. (4) **20**, 159 bis 169, 1905 richtig angegeben ist. Es erscheint mir von Wichtigkeit, hierauf hinzuweisen, da die Größe der Öffnung, um die es sich handelt, die Kapazität des Apparates stark beeinflußt.

Karlsruhe, 14. Februar 1906.

H. Sieveking.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Prof. E. T. Whittaker, früher in Cambridge, hat den Lehrstuhl für Astronomie am Trinity College in Dublin erhalten, mit dem der Titel eines Royal astronomer of Ireland verknüpft ist.

Ernannt wurde der a. o. Professor der Mathematik an der Universität Bern Dr. G. Huber zum o. Professor.

Der Laboratoriums-Vorstand an der chemisch-technischen Prüfungs- und Versuchsanstalt in Karlsruhe Dr. P. Eitner ist zum Leiter dieser Anstalt und der Assistent an der gleichen Anstalt, Dr. E. Arnold in Karlsruhe ist zum etatsmäßigen Chemiker und Laboratoriums-Vorstand ernannt worden.

Der Sekretär der Smithsonian Institution in Washington und Direktor des Astrophysical Laboratory, Prof. S. P. Langley, ist gestorben.

Gesuche.

Für das physikalische Institut der **Universität Bonn** wird zum alsbaldigen Eintritt ein

Mechaniker

gesucht. Nur durchaus selbständige Bewerber, die mit allen Zweigen der Präzisionsmechanik vertraut und im Besitz des Meisterzeugnisses sind, mögen sich melden beim Direktor des Instituts.

Für die Redaktion verantwortlich Privatdozent Dr. Emil Bose in Göttingen — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.